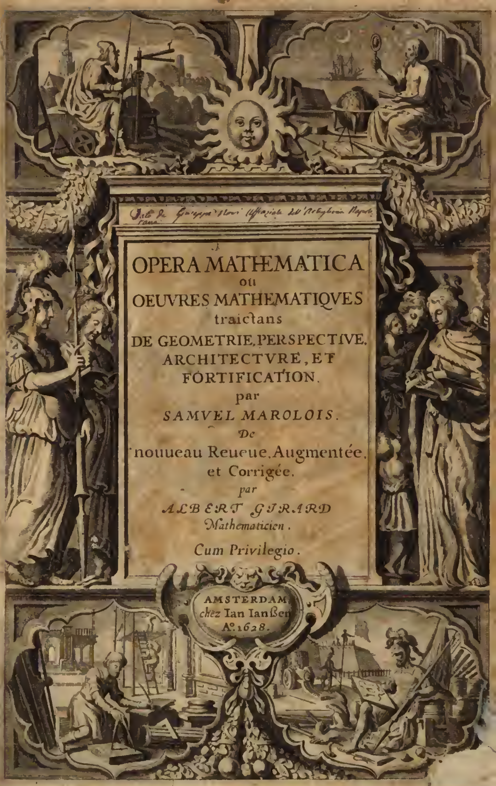


Uso de Giuseppe Nori Uffiziale dell'Artiglieria Napo-
tana

OPERA MATHEMATICA
ou
OEUVRES MATHEMATIQVES
traictans
DE GEOMETRIE, PERSPECTIVE, ARCHITECTVRE, ET FORTIFICATION.

par

SAMVEL MAROLOIS.

De

nouueau Reueue, Augmentée, et Corrigée.

par

ALBERT GIRARD

Mathematicien.

Cum Privilegio.

AMSTERDAM
chez Ian Ianßen
A°. 1628.

SAMVELIS MAROLOIS,
Mathematicorum ſui ſeculi facile principis,

GEOMETRIA
THEORETICA
AC PRACTICA:

CONTINENS

Linearum, ſuperficierum, ac corporum quorumlibet dimenſionum regulas, demonſtrationes & figuras perfectiſſimas.

Studio atque operâ

ALBERTI GIRARDI, Mathematici Cl.
recognita & multis notis illuſtrata.

AMSTELODAMI,
Sumptibus ac typis IOANNIS IANSSONII.

Anno M. DC. XXXIII.

THEORIA ET PRAXIS GEOMETRIÆ.

AC PRIMUM

De usu Circini, &c.

Definitio.

GEometria est scientia lineas, superficies & corpora bene metiendi.

Declaratio.

Geometria græcè tanquam terræ dimetiendæ ars dicitur. Primos ejus authores Ægyptios extitisse testis est Iosephus Iudæorum Historicus: atque ex necessitate quæ artium inventrix est, enatam esse probat, quia in Ægypto ad terminos agrorum Nili inundationibus obrutos (unde post aquarum refluxum maxima inter incolas sæpe contentio oriebatur, quia termini luto obducti incerti erant) restituendos, primùm adhibita est.

Punctum est quod partem non habet, estque principium lineæ, & prima figura.

Linea est longitudo latitudinis expers.

Linea recta est, quæ intra suos terminos æqualiter interjacet. estque secunda figura.

Linea obliqua est, quæ intra suos terminos inæqualiter interjacet: estque tertia figura.

Angulus planus est duarum linearum sese in eodem puncto tangentium, & si protrahantur, mutuo ibidem secantium, concursus; planus dictus ad distinctionem anguli Sphærici. tales sunt quarta, quinta & sexta figura.

Angulus rectilineus est, quē duæ rectæ lineę continent. Vide quartā figuram.

Angulus obliquilineus est quem duæ obliquæ lineæ continent, ut est quinta figura.

Angulus mixtus est, quem recta & obliqua linea continent. talis est sexta figura.

Angulus rectus est, cum recta super rectam cadens, angulos vicinos inter se fecerit æquales: nam tum rectus est uterque æqualium illorum angulorum. ut videre est in septima figura: ubi angulus A æqualis est angulo B.

Recta vero linea cadens & angulos illos æquales faciens, vocatur perpendicularis.

Obtusus Angulus est, qui recto major est, uti angulus FDE in septima figura.

Acutus vero qui recto minor est, ut angulus EDG in eadem figura.

Lineæ parallelæ sunt quæ ubique æqualiter distant, & si continuantur, nunquam concurrunt, ut in nona figura apparet.

De Superficiebus.

SUperficies est lineatum duntaxat latum, ejusque termini sunt lineæ: tales sunt figura decima cum seqq. adusque trigesimam secundam.

Superficies plana, est superficies, quæ æqualiter intra suos terminos interjacet, omnesque ejus anguli plani vocantur. gibba, contra.

Superficies parallelæ sunt, quæ æqualiter distant, & si continuantur, nunquam concurrunt. talis est 32 figura.

De Superficiebus rectilineis.

Triangulum rectilineum est figura aut superficies tribus lineis rectis comprehensa, habetque tres angulos. tales figuræ sunt 10, 11, 12, 13, & 16.

Differentia angulorum trianguli facit denominationem.

Triangulum rectangulum est, quod habet unicum angulum rectum, ut 11 figura.

Obtusangulum, quod habet unum obtusum angulum, ut 12 figura.

Triangulum acutangulū est, quod habet omnes acutos angulos, ut 13 figura.

Differentia quoque laterum trianguli denominationem facit. ut æquilaterum, quod tria æqualia latera habet. ut 10 figura.

Æquicrurum Triangulum est, quod duo æqualia latera habet. ut 16 figura.

Inæquilaterum est quod tria inæqualia latera habet, ut 13 figura.

Quadratum est superficies, quæ quatuor latera æqualia, & quatuor angulos rectos habet. ut 15 & 20 figura.

Parallelogrammū est quadrangulum rectum lateribus oppositis parallelum. ut 14 figura.

Rhombus est obliquangulū æquilaterū, angulos oppositos habens æquales.

Rhomboides est obliquangulum inæquilaterum; habet enim latera tantum opposita & angulos oppositos æquales. atque hæ quatuor figuræ vocantur parallelogramma, quia earum latera sunt parallela. ut 15 figura.

Diagonale sive media linea harum figurarum, est recta ducta ex angulo in angulum oppositum, dividitque figuram in duo æqualia triangula. ut in 14, 15 & 20 figura.

Gnomo est alterum diagonale cum duobus complementis.

Trapezium est quadrangulum non parallelogrammum, sed tantum duo latera habens parallela. ut 17 & 19 figura.

Trapezoides, est quadrangulum irregulare, sive figura habens latera cum suis angulis quoque inæqualia. ut in 22 tabula, figura 16.

Regularis figura est, quæ omnes angulos & latera æquales inter se habet, ut quinquangulum, sexangulum, septangulum, in 15 tabula figuræ 24, 25, & 26.

Irregularis figura est cujus latera & anguli sunt inæquales.

Basis est linea inferior sive fundamentum trianguli parallelogrammi, aut alterius cujusdam figuræ.

Circulus est planum rotundum, & fit si linea recta altero termino quiescente circumagatur, donec ad idem punctum terminus mobilis redeat, ut 22 figura.

Terminus immobilis sive quiescens in circulo centrum sive punctum medium, linea rotunda termino mobili ducta, circumferentia, sive peripheria, omnesque lineæ à centro ad peripheriam ductæ (quæ æquales sunt necessario) Radii vocantur. Radius autem proprie est recta à centro ad perimetrum.

Diameter Circuli est recta per cenrrum utrimq; ad peripheriam ducta, dividitque circulum in duas partes æquales.

Sector est segmentum intus comprehensum à recta duplici faciente angulum in centro, qui angulus in centro dicitur, ut peripheria dicitur basis sectoris, ut in 21 figura duo sectores, alter major, alter minor, semicirculo cernuntur.

Sectio est segmentum circuli intus comprehensum ab una recta, quæ basis sectionis dicitur, ut in 24 figura.

Circuli paralleli sunt, quidem centrum habent. vide figuram 22.

Angulus in peripheria est, cujus vertex peripheriam tangit.

Ovale & Ellipsis differunt inter se. nam Ovalis est figura multarum partium peripheriæ circuli, ut 34 figura. Verum Ellipsis est simplex figura, nullam peripheriæ circuli partem habens, sed cylindri, ut in 33, & coni, ut in 35 figura videre

est,

est. Notandum tamen quod figuræ 36, 35, & 41 vitiosæ sunt; debebant enim ab utroque latere æquales esse, contra mentem Marolois & aliorum.

Parabole est pars Coni, scilicet quando planus secans parallelas est cum altero laterum ejusdem coni, ut in 37 & 38 figura B G C.

Hyperbole est pars Coni, scilicet quando pars secans, modo unam partem secare potest, si planus & conus in infinitum extenderentur, absque eo quod planus parallelus esset cum latere coni.

Spira est figura ducta motu puncti radio aut semidiametro inscripti, quando circulum absolvit uniformi motu, eodemque tempore perficitur. ut in 42 figura apparet.

Sequuntur Propositiones.

Tabulæ IV. Figura 43.

Supra datam rectam A B *triangulum æquilaterum describere.*

A Centro A, & latitudine A B, fiat arcus B C, secans arcum ejusdem latitudinis & centri B in puncto C: à quo ductâ rectâ A C & B C, triangulum A C B erit æquilaterum. nam C B æqualis est cum A B; & C A cum A B, juxta definitionem circuli.

Figura 44.

A Centro A cum latitudine majori qua medium lineæ A B, fiat arcus C D; & à centro B cum eadem latitudine fiat alius arcus secans priorem in punctis C & D. per quæ lineâ ductâ, C D secabit A B per medium in C.

Consectarium.

Hinc apparet, quomodo linea, ut AB, in medio & ad rectos angulos secari potest lineâ CD: nã si ducatur C A, A D, D B; anguli in pũcto E recti erunt.

Figura 45.

Datam lineam in tres partes æquales eadem circini crurum distantia manente dividere.

Data linea sit A B. cum cujus latitudine fiant arcus ex centro A & B, juxta præcedentem propositionẽ dividunt A B & C D se invicem in duas partes æquales in puncto P. cum eadem latitudine centri D fiat circulus. deinde supra eandem latitudinem fiant F H & E G. & ducantur H C & C G. Illæ divident lineam datã A B in tres partes æquales: Ratio est, quod A B æqualis est cum H G, & D in medio P O. Atque ita C O erit divisa in tres partes æquales, proportionales cum partibus lineæ A B. nam ut se habet O C, erga C P, hoc est 3 erga 1; sic H G (sive A B) sese habet erga partem mediæ lineæ, quæ tum erit ⅓ lineæ A B. &c.

Figura 46.

Datam lineam B H *dividere in quatuor partes æquales, eâdem crurum circini distantia manente.*

Ducta C D ex punctis sectionis arcuum ductorum à centris B & H; deinde facto circulo à centro E (cum latitudine lineæ B H) secante dictos arcus in quatuor puncta; indeque lineis F G & I K ductis per lineam B H; illæ divident eam in quatuor partes æquales. Ratio est quod linea B H jam divisa est in duas partes in puncto E; & F H quoq; divisa est in duas partes in puncto I. nam à

centris H & E facti sunt arcus, qui sese invicem secant in F & G. ideoque, &c.

Figura 47.

Datam lineam A B *in quaslibet optatas partes, ut e g in quinque aquales dividere.*

DUctis ab utroq; termino lineis parallelis A D & C B: deinde supra utramq; parallelam sumptis quatuor partibus çqualibus, cum eâdem circini crurum distantiâ: Lineæ quæ ad parallelas concurrent, datam lineam divident in quinque partes æquales. Nota quod semper in parallelis una pars minor optatis partibus est dimetienda.

Figura 48.

Per tria puncta data extra lineam rectam peripheriam describere.

DIviditor linea ficta A B in duas partes æquales, cum perpendiculari F G, per consectarium figuræ 44. itemque linea ficta B C cum D E, quæ se mutuo secabunt in puncto K centro optati circuli. nam sumptâ latitudine à dicto centro ad quamlibet datorum punctorum, fiet circumacto circini crure altero circumferentia per tria data puncta.

Figura 49.

Arcum parallelum cum dato arcu, ut est A B C, *cujus centrum incognitum est, describere.*

NOtatis tribus punctis in dato arcu A B & C. & invento centro K per propositionem præcedentem, circulus cujusque latitudinis fiet supra dictum centrum K.

Figura 50.

Per punctum B *lineam ducere parallelam erga datam lineam* C D.

SUpra datum punctum quasi centrum fiat arcus tangens lineam D. & ab eadem latitudine centri C (sive unde libeat intra C D) fiat unus istorum arcuum. utrimque deinde ductâ lineâ B A tangente postremum arcum, illa parallela erit cum C D.

Tabula V. *Figura* 52 *&* 53.

Supra Datam C H *angulum aqualem angulo* N *describere.*

DEscribantur duo arcus ejusdem latitudinis ex centro N & centro C. deinde ducitor L P æqualis G F. & anguli C & N erunt æquales.

Figura 54.

Datum angulum B *in duas partes aquales dividere.*

A Puncto B, quasi centro, fiat arcus F D. deinde a centro F & centro D cum eadem latitudine factis duobus arcubus se mutuo secantibus in H, & ducta linea B H, illa datum angulum dividet in duas partes æquales.

Figura 55.

A puncto C *in data* A B *perpendicularem describere.*

A Centro D & centro E (æqualiter distantibus à C) ductis duobus arcubus sese mutuo secantibus in puncto F, inde ducta linea F C, fiet perpendicularis supra A B. Eodem modo fit 57.

Figura

Figura 56.

Aliter, sc. a puncto B, *in termino lineæ* AB.

FActis arcubus ECA & BCD, cum eadem latitudine, item CD, ductaque linea BD, secante CA in puncto a quo prior arcus sectus est in E, idque ejusdem latitudinis, ducitor BE. Ad hanc 56 se quoque refert 59; in qua CFB, recta est intra semicirculum, estque ejusdem operationis.

Figura 60.

A Puncto C *extra lineam* AB *perpendicularem ducere.*

FIat arcus à centro C, secans AB in punctis A & B. e medio hujus ducta CF erit perpendicularis. Deinde supra lineam AB in 61 figura, licebit hoc modo quadratum describere.

Figura 62.

Quadratum æquale parallelogrammo rectangulo ABCD *describere.*

ESto GE parallela cum AC, & AE æqualis cum media AC. (hoc est cum AF.) deinde à centro B, fiat arcus per punctum F, secans dictam EG in G, ita ut EG fiat latus optati quadrati æqualis cum parallelogrãmo dato ABCD.

Aliter. Figura 63.

ESto angulus rectus ABCD. (figura est vitiosa, & debet sic pingi.) constituatur O in medio DC. deinde OH, æqualis cũ dimidio AD (scilic. FD.) tum ducto semicirculo supra CH, fiat HL, æqualis cum DH. & linea CL erit latus quadrati, æqualis cum parallelogrammo rectangulo. (delendus quoque est arcus FH.) nam DH, est duplũ linę OI. & tum est angulus rectus COHE, & quadratum OI pariter æquale quadrato IC. quando omnia quadrupliciter sumuntur, sc. quadrupliciter angulus rectus COH, vel AC solum, & quadrupliciter quadratum OI, vel DH, aut HL tantum; fient tum sicut quadrupliciter quadratum IC, sive ut quadratum HC solum. proinde HC, quadratum HL, idem valent quod quadratum HC, vel quod duo quadrata HL & LC. subducitor quadratum commune HL, restabit AC æquale quadrato LC. quod erat probandum.

Aliter. Figura 64.

EXtendatur CD, ita ut MD æqualis sit BD, & supra CM pingitor semicirculus secans extensum in N, & DN erit latus optati quadrati sicut angulus rectus ABCD. Nota quod necesse non est, quod quadratum pingatur intra semicirculum, ut in hac figura factum est.

Figura 65 67, & 66 cum 68.

Rectangulum æquale triangulo ABC *describere.*

FIgurâ 65 & 67 fiat in basi angulus, cujus altitudo AD sit medium altitudinis trianguli dati. vel, ut in 66 & 68 figura, fiat supra mediam basin ejusdem altitudinis cum triangulo dato, quod eodem recidet.

Tabulæ VI. *69 & 70 Figura.*

De inventione altitudinis perpendicularis in dato triangulo.

PIngitor semicirculus supra alterum laterum, ut hic supra AC, qui basin AB aut lineam extensam secat in puncto BF. & CF erit perpendicularis supra AB.

Figura 71, 72, & 73.

Parallelogrammum rectangulum æquale quadrangulo describere.

QUantum ad figuram 71, casu B D perpendicularis est cum B C. verû si non foret ita, scilicet, ut I F æqualis esset cum BC, deinde I H & F K perpendiculares supra eandem; perinde esset sive D B in medio foret sive non. Iuxta 72 figuram sunto D N & C M perpendiculares; æquales erunt figuræ rhomboidæs. In 73 figura sunto F G & E H singulæ perpendiculares supra fictum quadrangulum D A, & singulæ æquales cum dimidio utriusque perpendicularis supra idem, à punctis C B.

A 74 adusque 79 Figuram

Docetur mutatio multangulorum quorumlibet in triangula.

IN 78 figura (quæ sufficit hisce omnibus) extensa AB, ducitor B D, secans triangulum. Deinde C G parallela, producendo G E & D I parallelas. Tandem si ab eo latere figurã quæsitam, quia parallelæ nimis longæ forent, absolvere nolimus, ducitor E I, quæ fit latus trianguli, & reddit F H parallelam cum A E. Deinde ductã E H, triangulum E I H æquale erit sexangulo. Demonstratio manifesta est, si ducatur D G; nam triangula E H A, & E F A, supra eandem basin E A, & sub ejusdem parallelis, sunt æqualia.

Tabula 7. Figura 80, 81,

Triangulum docet in quadratum commutare.

POstquam in 80 figura B F æqualis facta est cum dimidio lineæ C D; & semicirculus A G F, itemque perpendicularis B G, ducta sit supra F A: linea B G latus erit optati quadrati. In sequenti figura perpendicularis C D est extensa in H; ita ut D H sit dimidium lineæ A B; & D G est latus quadrati; sicut quoque triangulum A B C.

Figura 82

Docet rectangulum A B C D *commutare in aliud rectangulum quod habeat latitudinem sicut* E F, *aut* D G.

ESto D F latus quadrati æquale cum rectangulo. Deinde sit bisecta æqualiter ficta F G; & reducta ad angulos rectos unica linea, quæ ostendet punctum K. Hoc sumpto centri vice, & cum latitudine K G aut K F facto semicirculo, invenietur D H optata longitudo. Nota quod hoc, appendix appellatur.

Aliter. Figura 83, & 84.

Rectangulum A B CD *describere supra lineam* E F.

ESto in 83 figura C G æqualis E F; (tum punctum G cadet intra vel extra latitudinem C D. quod perinde est;) & ducta A G in H, tum B H erit optata longitudo. Sequens figura est eadem. nam C H æqualis est cum E F, & H K cum B G. quare rectangulum K C æquale est cum rectangulo C B.

Figura 85

Lineam A *in duas partes inter se, ut* C *ad* B, *proportionales dividere docet.*

ESto B F æqualis CB; & D F O aliquis angulus. Deinde O F, F M, æqualis cum C & B. Si tum D N æqualis est cum A, & QN parallela cum F O; QN & N R partes erunt lineæ A, ita ut QN ad N R æqualis sit ut C ad B.

Aliter:

Aliter. Figura 86 & 87.

DUcitor D C, & A F vel F B erit æqualis ut A C ad B D. Sed in 87 figura si C E ducatur parallela, A dividetur in puncto E. 88 figura nullius usus est.

Tabula VIII. Figura 89 & 90.

Ad duas datas lineas F C *&* C D *tertiam proportionalem invenire.*

SUnto proportionales ad angulum rectum; inque figura 89 esto H G perpendicularis supra medium D F; tum H erit centrum medii circuli, & C K tertia proportionalis. Nam ut se habet F C ad C D; ita quoque D C ad C K. In 90 figura quadratū est C G: ductâq; F D K, tum F C, C D, & G K erunt proportionales. In figura 91 E A ad A B, (aut A D,) sicut D A ad A C, est proportionata. 92 eadem est cum 89, præterquam quod G H ducitur ab altera parte.

Figura 93, & 94.

Inter duas lineas G B *&* B H, *sive duos numeros* 8 *&* 1, *mediam proportionalem* B D *invenire docet.*

FActo semicirculo G D H, perpendicularis B D erit optata proportionalis linea; inque numeris, radix ex facto, erit medius proportionalis.

Figura 95, & 96,

E tribus proportionalibus dato quoto utriusque extremi, ut F H, *& medii, extremos singulatim invenire docet.*

IN figura 96 (prior enim valde prolixa est) ducitor semicirculus, deinde linea D C æqualis medio proportionali, & perpendicularis, ut libet, supra F H; & D G parallela: & tum perpendicularis G E extremas F E & E H distinguet.

Figura 97, & 98,

E tribus lineis proportionalibus, datâ extrema, ut E N, *& quoto alterius extremæ cum media simul cognito, ut* N G, *singulas distinguere docent.*

DIviditor E N in 4 partes æquales, deinde invenitor media proportionalis inter E N & G, atque ab ea subducitor D E medium lineæ E N: reliqua erit optata media proportionalis.

Tabula IX. Figura 99, 100, & 101,

Lineam rectam æqualem duabus datis, ut A *&* B, *describere docent.*

POnantur inter se continuæ, nam est additio.

Figura 102.

Docet datæ majori A K *auferre partem* K G, *æqualem minori* B.

MAjor linea sit A, & minor sive brevior B. Ducta jam a puncto K ad K G lineâ, illa æqualis erit B, ut ex semicirculo F G H apparet: idque juxta 3 propos. 1 Euclid. quare subductio peracta est.

Figura 103, 104, 105.

LIneam C D cum 4, atque etiam cum 3 ½, ut in figura 104, multiplicare facile factu est; & tum B F sunt triplices. Addenda quoque est ½ lineæ C B. In figura 105 si quis multiplicare velit A B cum √ 3, fiat A F tripliciter A B. tum media proportionalis inter F A & A B, erit optata linea.

Figura

Figura 106.

Docet invenire totum linearum duarum, habentium angulos rectos, beneficia motus.

MArolois modo monstrat invenire totum duarum linearum. At sine motu nihil efficient. Quare sunto duæ lineæ ad angulos rectos inter se constitutæ, ut E D C. & E D, manens semper perpendicularis in eadem superficie, moveat se cis C D; & superficies E C erit totus. 107 figura nihil præter inventionem quadrati æqualis toto docet; quare parum utilitis est.

Figura 108, 109, & 110,

Docent lineam per numerum & per lineam dividere.

DIviditor linea in tot partes, quot unitates numerus continet; & operatio peracta est. Verum si quis lineam per lineam velit dividere, metitor quoties brevior in longiori comprehenditur. Figura 110 docet ad lineam aptare superficiem. Vide figuram 85.

Tabulæ X. Figura 112

Superficies æquales H G & A D colligere docet.

SUnto D B & B L anguli recti, & latus homologum figurarum æqualium, tum hypotenousa D L erit latus homologum figuræ, sicut L O æquale cum duobus aliis D. quod in omnibus ejusmodi figuris, imo etiam in circulo, sequitur. Vide figuram 117.

Figura 114, 115, 116,

Docet inæquales superficies colligere.

FIant tres figuræ, ut 114, singulæ quadratum, & figura 116 erit æqualis tribus quadratis dictis, juxta propositionem antecedentem.

Tabulæ XI. Figura 118, 119.

Tres æquales superficies, quales sunt A B C, D E F, colligere ita, ut facta sit æqualis alteri figuræ, scilicet triangulo æquilatero G I H, demonstrant.

POstquam A K sit æqualis facta cum D E, & ad angulos rectos supra A C ducta; tum hypotenousa C K basis erit triangulo æqualis & uniformis cū duobus reliquis K C M. ex quo, composito triangulo æquilatero Q, operatio peracta erit. Proinde K C M & G I H fiant singula quadrata, quorum latera singula erunt M N, & O H. tum quæratur quarta proportionalis linearum P H, M N, & G H; quæ est H T, latus optati trianguli æquilateri.

Figura 120

Differentiam duarum figurarum inuniformi figura docet invenire.

SI quis velit subducere G E ab A D, extendat G H, & ex centro E, cum latitudine A B, ducat arcum L K, secantem extensam in L. tum H I erit homologum latus reliquæ. Ita quoque fit in 122 figura. In 121 figura residuum P C non est uniforme.

Tabulæ XII. Figura 123, 124.

MUltiplicata superficie A C cum numero 3, factus erit C G. Sed in 124 figura, factus erit triangulum D C A; & divisus (quasi cum 4) figura erit 126.

Figura 125,

Datâ superficie A C, *& numero radicali* √ 3——, *factum invenire docet.*

TRiplicatâ G A cum A D, & A H media proportionali, extenditor C B ad H I; & parallelogrammum B A H erit facta figura, sive K D. Si quis factam voluisset uniformem habuisse cum quadrato A C, debuisset sumsisse mediam proportionalem intra B A & A H. Marolois, hic quadratum I A ponit, quod facta non est; nam longe superat magnitudine quæsitam.

Figura 127

Docet superficiem A D *per aliam, scilicet* E H, *dividere.*

SI datæ superficies non sunt ejusdem altitudinis, sic pinguntor ut hic. Deinde dividitor linea A B per E F; & quoniam bis in ea continetur, necessario E H debet quoque bis contineri in A D.

Figura 128.

Triangulum A B C *dividere per minus triangulum* D E F.

POsito quod A B recta sit supra E D, deinde C G parallela, & D F extensa ad usque G; ductaque G E, & parallela F G, & tandem G H; tum G H D erit æqualis D E F, & ejusdem cum altero altitudinis. Dividitor tum A B per D H; quotus erit optatum, scilicet dupliciter.

Tabulæ XIII. Figura 129, cum seqq. ad usque 139.

Regularia multangula in circulo describere, ostendit.

DUcta peripheria, punctoque D, & arcu A E C ejusdem latitudinis cum circuli semidiametro scripto, tum A C erit optatum latus, quod semidiametrum E D secat in duas partes æquales.

In quadrato si ducantur duo diametri B C & D E, sese invicem secantes in angulos rectos, lineæ quæ conjungunt terminos, faciunt quadratum.

In quinquangulo figuræ 131 pingitor à centro E in medio lineæ A F supra latitudinem verticis semicirculi D arcus D C; tum facta D C erit latus quinquanguli rectilateri in circulo descripti.

Sexangulum facile fit; nam latus ejus A C est æquale semidiametro A B.

Geometrice septangulum linea aliqua recta vel circulari describi non potest. verum in praxi supra chartam, A C latus sexanguli, sive linea æqualis ½ diametro perpendicularis B D supra eam, admodum fere æqualis erit septangulo; paulo tamen minor est. Quare B D media est linea lateris trianguli rectilateri in eodem circulo descripti.

Quod ad octangulum 134 figurâ descriptum attinet; si A C sit latus quadrati, & B D perpendicularis supra idem; tum A B erit optatum latus octanguli. Errat autem Marolois, quum latus octanguli affirmat medium esse lateris quadrati; majus enim est. nisi fortassis voluerit hoc innuere, quod ½ sit medium ¼ partis circumferentiæ. Decangulum in 136 figura, eodem modo ac quinquangulum perficiatur; & A C æqualis erit lateri decanguli.

Figura 138.

SI arcus A C D dividatur in duas partes æquales, (quando A D æqualis est cum A B,) tum A C erit latus dodecanguli.

Figura 139.

INscripto triangulo & quinquangulo, singulaque incipiendo à puncto A; linea F D erit latus 15-anguli, hoc est, quindecim laterum.

De figura 135 & 137 idem statuimus quod de septima; scilicet, fieri non posse, ut ex lineis rectis aut circularibus describantur. Verum quam maxime prope expeditio fit hoc modo: Proxima latera multangulorum extendantur à puncto A ad extensum diametrum. Deinde posita L in medio spatii extensi, & ducta L A, tum A E ferè erit optatum latus; nam paulo majus est, & punctum L à proprio vero loco recedit, quoniam illud latus extrorsum magis quàm L à centro distat, scilicet circa $\frac{1}{1000}$ partem ½diametri; quæ differentia valde exigua est.

Tabulæ XIV. Figura 140, 141.

In circulo A B C *triangulum describere æquangulum cum dato* E F G.

DUcitor tangens I B; deinde anguli I B A, & A B C, fiant æquales cum angulis G & F, quisque erga suum.

Figura 142, 143, 144.

Circa circulum triangulum æquangulum cum dato describere.

COmpositio æquilateri, ut in 142 figura, facilis est. Ductis enim modo tribus lineis tangentibus ad puncta E C D, quæ sunt latera trianguli æquilateri in circulo, opus confectum est. Verum in duabus reliquis figuris, dato triangulo A B C, extenduntor lineæ A C; & circa centrum L fiant duo anguli æquales cum angulis exterioribus A & C; quod facile fit, quando ducuntur arcus I M, & K H, ejusdem latitudinis cum dato circulo. Deinde I M posita in DF, & K H in F G; & ductis tribus lineis tangentibus puncta D F & G; habes quæsitum: nam P æqualis erit A; & N æqualis C.

Figura 145.

In triangulo A B C *circulum describere.*

CEntrum est F; ubi lineæ, quæ angulos bisecant, occurrunt; semidiameter est perpendicularis F G.

Figura 146.

Circa triangulum circulum describere.

EAdem & hæc operatio est, si quis volet per puncta A, B, & C, ducere peripheriam circuli. nam duo latera per perpendiculares, quæ occurrunt in puncto K, æqualiter modo bisecanda sunt.

Figura 147.

In triangulo A B C *quadratum describere.*

Fiat quadratum supra alterum laterum, ut hic supra A C. deinde ducitor B D, B E. & puncta F & G erunt latus optati quadrati.

Aliter. Figura 148.

Facto Quadrato F E D G, cujus unum latus, est latus trianguli; & latus anguli F tangit aliud latus; (perinde est sive quadratum majus vel minus foret) deinde ductâ B E, secante unum latus in H, illa punctum erit anguli optati quadrati.

Aliter fit idem, facto quadrato extra triangulum, modo servetur alterum postulatorum, scilicet ut ducatur supra alterum laterum, & aliquis angulus tangat latus extensum, ut A C.

ALB. GIRARD.

Verum si quadratum pingendum foret supra aliquod laterum, idque quoad fieri posset maximum, dubitari posset supra quodnam laterum commode id fieret, scilicet supra A G in figura 147; cis perpendicularem B O. Notandum, hoc fieri debere supra talem basin, quæ tam conjunctione quam differentia sua differt minimum. alioquin dici posset, quod è tribus lateribus & suis perpendicularibus separatis tribus majoribus è sex, minima esset sumenda, vel maxima trium minimarum. quod perinde est. quę cõclusio est maximi quadrati. Si quis autem minimum desideret, contrarium ponat; & medium si quis velit, mediam sumat. quod etiam sequitur in sequentibus, sumptis scilicet requisitis.

Tabulæ XV. Figura 149 & 150.

Circa quadratum D E F G *describere triangulum æquangulum* A B C.

Ponitor supra E F homologam cum A B triangulum, uniforme cum A B C. deinde extenditor latus, ut in 150 figura.

Figura 152.

Triangulum æquilaterum in quadrato pingere.

Ducitor circulus circa quadratum, deinde factis C G & C F ejusdem latitudinis, ducuntor A G & A F, secantes quadratum in I & H.

Figura 153.

Contra: Quadratum circa triangulum æquilaterum describere.

Ducitor circulus circum triangulum, deinde A D ¼ peripherię, tandem à B perpendicularis supra eam.

Figura 154.

In triangulo quinquangulum æquilaterum & æquangulum describere.

FActo prius quinquangulo supra latus B A; deinde ductis lineis à C ad E, F & D; tandem à puncto G ducitor G I, parallela cum F E, & I L cum E B.

Figura 155 atque 156.

SI quis velit triangulum describere in quinquangulo æquilatero & æquangulo, ducat modo circulum circum quinquangulum, atque in eodem triangulum æquangulum A K P, à puncto A, cujus duo latera secant N M. & A N M erit optatum triangulum.

Figura 157. Deinde in Tabula xvj. figura 158.

Quadratum in quinquangulo æquilatero describere.

FActâ perpendiculari A O; extensâque donec extensam B C tangat in puncto F; deinde ductis F I, & A H; quarum singulæ sint medium lineæ A F: intersectio sufficiens L & K erit inventa. Verum in figura 158 facto quadrato supra A F, intersectio erit in M & L. nam figura H A E F G est æqualis cum N K E I L. Aliter: In figura 159 facto quinquangulo circa quadratum, supra B E ducantur lineæ A G & A F, quæ hic non sunt excusæ.

Figura 160, & 161.

COntrà, si quis velit circa quadratum in figura 161 describere quinquangulum, ducat supra lineam A D triangulum æquale cum F E I, in figura 160. deinde supra punctum B pingatur angulus L B C, æqualis F G H.

Figura 162.

In quadrato quinquangulum æquilaterum describere.

FActo quinquangulo supra latus C A; deinde ductis F D, F B; habebitur latus I H.

Figura 163.

Circa quinquangulum quadratum describere.

DImittuntor à punctis B & E perpendiculares supra extensam basin C D, & habebitur H I latus quadrati.

Sectio figurarum.

Tabulæ 17. Figuræ 164, & 165.

Triangulum A B C secare in tres partes æquales lineis parallelis cum A B.

SUnto in figura 165 C D, D H, singulæ ⅓ pars lineæ B C; deinde C E media proportionalis B C, & C D: & C F sit æqualis cum C E. tum sit inter B C & C H

C H linea C I, aut C K, media proportionalis; & ducuntor K L & F G parallelæ cum B A. nam sicut quadrata C B, C K, & C F, se habent inter se, sic quoque triangula æqualia se habent. Figura 164 eadem est.

Figura 166.

Figuram quadrilateram A B C D *secare in tres partes æquales parallelas cum* A D.

ESto C F parallela cum D B; (tum fictum triangulum F D A erit æquale figuræ quadrilateræ;) ideoque sicut E A se habet ad A F, sic totum triangulum A D E se habet ad figuram quadrilateram. Deinde dividitor F A in tres partes æquales, in G scilicet & H. & facto semicirculo supra E A, ut sumatur media; tum ductis perpendicularibus supra duo puncta ubi semidiametrum secant; ducatur arcus ex centro E, ut in I & K; per quem lineæ parallelæ cum A D, quæ sunt I M, & K L, divident quadrangulum ex voto. Nam sicut A E ad E H, sic quadrata A E ad E I, aut triangula A E D ad A I M. Inverso ordine, ut E A, ad A H, ($\frac{1}{3}$ lineæ A F,) sic A E D ad A I M D. Eritque $\frac{1}{3}$ trianguli A D F, sive A B C D. Marolois hîc multas lineas duxit inutiles, ut sunt A S, A P, & 3 circuli; demonstrationemque tanta verborum multitudine involvit, ut mens ejus intelligi nequeat.

Figura 167, 168, & 169.

Tetragrammum A B C D *dividere in tres partes æquales, per lineas ex angulo* D, *atque etiam triangulum ex puncto* D.

IN figura 167 sit diagonalis A C, divisa in tres partes æquales per puncta E & F, & parallelæ ejusdem, cum alia diagonali D B, & inventa erunt puncta H & G. E quibus lineæ ductæ ad D perficiunt requisitum. In figura 168 esto A 3, parallela cum D B; & C 3 divisa in tres partes æquales; & à punctis extra figuram (ut 2) ducatur 2 F parallela cum D B. tum lineæ à D ad F & I facient divisionem. In triangulo figuræ 169 dividitor A B in tres partes per puncta I & 2, à quibus parallelæ cum C D, indicabunt puncta, per quæ D F & D E sunt ducendæ.

Figura 170.

Quinquangulum ex puncto A *in tres partes æquales dividere.*

ESto B G parallela cum A C; & E F cum A D. tum G F divisâ in tres partes æquales per puncta I & 2, unde ducendæ sunt parallelæ, ut sunt 2 K cum A C, & I H cum A D; tum A K & A H perficient requisitum. nam triangulum A K C & A 2 C sunt æqualia, quia eandem basin & altitudinem habent.

Figura 171 & 172.

A puncto E *quadrilateram figuram* A B C D *dividere in duas partes æquales.*

IN figura 171 esto A C F triangulum æquale tetragrammo; deinde A F divisa in duas partes æquales in B; (quod hic casu fit in angulo figuræ;) tum B I parallela cum E C; tandem E I, quæ A B C D dividet per medium. Ratio est, quod E H triangulum æqualiter dividit; ideoque A E C & E H C dimidium compo-

 nent.

nent. Sic C I E est æqualis figura cum C H E; ideoque A E C & C I E (hoc est, A E I C) erit medium quadranguli. Qui vero voluerit figuram 172 dividere in tres partes æquales, sumat, ut supra, triangulum A C F; tum dividat basin A F in tres partes æquales per puncta G & K; per quæ fiant G I & K O parallelæ cum E C. tandem ductis E I & E O, illæ perficient requisitum. Ratio petatur ex figura 171.

Figura 173.

Tetragrammum A B C D *dividere in tres partes æquales, ita ut latus* C D *quoque in tres partes æquales sit divisum.*

DUcto triangulo A G C, æquali figuræ datæ; basique ejus divisa in tres partes æquales per E & F; ducuntor per ea parallelæ, scilicet F K cum L A, & E I cum H A, & tandem K L & I H. quæ opus absolvent.

Tabulæ 18. Figura 174.

Rectangulum parallelogrammum intrinsecus secare; ita ut externus circuitus B V D S P *sit pars tertia totius, & ubique ejusdem cum lateribus latitudinis.*

COrrigitor prius litera O, quæ est in linea T S, & fiat Q: C I sit quoque $\frac{1}{4}$ lineæ B C: deinde supra C L, $\frac{1}{3}$ lineæ C D, (quia requiritur pars tertia superficiei,) atque inter I C & C L, sit C K, media proportionalis, & C M cum ea æqualis. Tum C O, medio longitudinis & latitudinis simul, & semicirculo supra eam ducto, ducitor M P parallela cum C O; & M P erit requisita latitudo. Nam T C D est media pars externi circuitus. Quare $\frac{1}{4}$ est angulus rectus O Q C; sive quadratum lineæ P Q, aut K C; vel etiam angulus rectus I C L; qui est $\frac{1}{4}$ anguli recti B C L. Atque ita B C L erit æqualis toti superficiei externi circuitus. Jam verò C L est $\frac{1}{3}$ lineæ C D; & quoniam B C L est $\frac{1}{3}$ lineæ B C D, sequitur, quod circuitus erit $\frac{1}{3}$ totius. Juxta methodum Marólois geometrice & arithmetice fit idem hoc modo: Esto B $\frac{1}{4}$ longitudinis & latitudinis dati rectanguli simul. Deinde sit D P $\frac{1}{4}$ in quantitate major vel minor, prout libuerit. Tum erit latitudo ejus B— √ (B Q—D P).

Figura 175 & 176.

Rectangulum A B C D *dividere in duas partes æquales per duas lineas parallelas cum lateribus, & ejusdem latitudinis cum* C F *&* E B.

DIvisâ C A in duas partes æquales, pingitor in medio litera R. Deinde ex medio lineæ A B, tanquam è centro supra latitudinem K R, ducitor arcus R Y; & A N æqualis cum A R. Tum N Y erit optata latitudo. Aliter in figura 176: Ductâ B G ęqualiter cum A B, & E B ęqualiter cum dimidio dati rectanguli; deinde F positâ in medio lineæ C G, & ex ea tanquam è centro ducto arcu E Q; tum Q C erit latitudo optata.

Figura 177.

Trapezium A B C D, *cujus anguli* B *&* C *sunt recti, per parallelas* F E G *dividere in duas partes æquales, ita ut* G C *&* E V *quoque sint æquales.*

NOta, quod in hac figura delenda est litera O in C D O; & in fine hujus tabulæ pro O Q 42, scribendum 12; & linea D S quoque delenda.

Esto

Esto O in medio lineæ A D; tum A 12 æqualis cum O Q & Q R quadrato; cujus Q P æqualis est cum B C. Et ducitor A R secans perpendicularem supra 12 in S; deinde B T media proportionalis inter Q B & S 12. Præterea ponitor I in medio lineæ R B; & A I extendatur, postquam B H æqualis facta est cum B C in M. Tandem ex T tanquam è centro pingitor V V supra latitudinem M H. Tum ex centro V V & eadem latitudine ducitor arcus T V; & V B erit optata latitudo, scilicet $28\frac{4}{15}$, $\sqrt{426\frac{6}{17}}$, juxta positum post figuram prope terminum tabulæ, ubi deleri debet 4, & scribi I.

Tabulæ 19. Figura 178.

De Triangulo A B C *secare tertiam partem, beneficio lineæ rectæ manantis à puncto* F, *ut* F M.

Esto E C $\frac{1}{3}$ lineæ B C. (dicimus B C, quia puncto ab illo latere positum est.) Tum A E C $\frac{1}{3}$ erit totius. Tum C A extenditor, donec in O occurrat P D, (parallelæ cum B C, habente latitudinem perpendicularis F H.) Deinde ducatur triangulum O C I, æquale A C E; postea F G, parallela cum A C, occurrens B C in G; & G C secator in N, ita ut G N, N C, C I, sint mediæ proportionales, per 97 Tabulæ 8. Tandem ductâ F M per N, triangulum M N C erit requisitum. nam quando tres lineæ proportionales sunt G N, N C, & C I; sicut quadratum G N, N C, aut triangula æqualia G F N, M N C; sic quoque G N erga C I. (licet triangula G F N, O C I, ejusdem altitudinis sunt.) ideoque triangulum G F N erit proportionata erga triangulum M N C, sicut triangulum O C I. atq; ob id M N C erit æquale O C I; quod est $\frac{1}{3}$ totius.

Figura 179.

Ad tres datas A B C *invenire quartam, ita ut angulus rectus* A B *æqualis sit recto, facto ex optata ab uno latere, & facto ex linea ejus & ex* C *ab altero latere.*

Esto A Z æqualis medio lineæ C; & ducitor perpendicularis A K (supra eam,) valens angulum rectum A B; deinde è centro Z arcus K E. (pingatur littera E, quæ prætermissa est.) Tum A E erit requisitum. nam facta H A æquali cum C, tum Z erit in medio A H. juxtaque 6 propos. 2 Euclidis, rectangulum H E A +, quadratum A Z, erunt æqualia quadrato E Z, (aut K Z;) quod idem valet quod quadratum K A & A Z simul. Ablato tandem quadrato communi A Z, restabit H E A rectangulum æquale quadrato A K, vel etiam rectangulo A B.

Figura 180, & 181.

E puncto K *in extensa* A B *ducere lineam* K L, *quæ triangulum* K B L *æquale reddat rectangulo* A B C D.

Si A K major sit quam A B, dividitor rectangulum A B C D; & ponitor supra medium lineæ K B; atque esto B L optata altitudo. Verum in 181 figura si K E non superet C B magnitudine, tum C D fiat æqualis K E, & ducatur K D. Marolois multis verbis aliam facit demonstrationem.

Figura 182.

ESto B D diameter circuli; & inveniendum sit triangulum rectilaterum; cujus ambitus æqualis est B A circuitui circuli; & diameter circuli non debet major esse quam 1 erga 3 + √ 8; fere 1 erga 6.

Esto E A media D A Hypotenousæ. Deinde aptator rectangulus A B, B C, supra B E, deficientibus à quadrilatera figura duobus segmentis pro duobus alteris lateribus. nam in figurâ seorsim positâ est rectangulum F G D, duplum erga triangulum. rectangulum quoque est ex semidiametro & ambitu trianguli compositum: & diameter semper minor est ambitu ¼.

Tabulæ 20. Figura 188.

A puncto F *in extensa* C D *ducere* F K, *ita ut triangulum* K B L *æquale sit parallelogrammo* A B C D.

SUbducatur quadratum D F à quadrato C F; & residuum esto quadratum A K. tum ducitor F K; quæ perficit requisitum.

Demonstratio.

TRiangula æqualia F D L, F C 8, A K 8, sunt ut quadrata proportionalium laterum dictorum. proinde ablato triangulo F D L ab F C 8, hoc est, L D C 8; quod æquale erit cum residuo K A 8; sumptâ B 8 in communi; tum B C parallelogrammum erit æquale triangulo K B L. quod erat probandum.

Marolois hanc, sicut & præcedentem, tanta linearum ac verborum multitudine involvit, ut fastidium pariant. Idem quoque fecit in sequentibus. Verum longe brevius ac facilius absolvisset, si hanc methodum sequutus fuisset.

Figura 189, 190, & 191.

E quatuor lineis datis A B C D, *quarum maxima minor est reliquis simul junctis, quadrangulum facere, quod circulo inscribi potest.*

QUoniam Marolois multis lineis hic utitur, ac proinde non est imitandus; præterea quoniam nulla propria figura datur; generaliter sic operatio describenda erit: Invento diagonali quæ triangulum perficit cum A & B, vel cum C & D; tum circulus triangulum ambiens erit requisitum.

Vide quoque figuram 16. Tabulæ 22.

(A, C + B, D) in (B, C + A, D)

——— æqualis quadrato dictæ diagonalis

A, B + C, D.

Tabula 21.

I.

SI tres lineæ, ut A B, B E, & B C, sint proportionales; tum quadratum mediæ B E, & quadratum mediæ differentiæ extremæ simul, æquale erit quadrato mediæ summæ ejusdem extremæ D C & D E.

II. In

II.

In omnibus triangulis rectangulum utriusque lateris, ut A B vel B C, est æquale rectangulo facto ex perpendiculari B F & diametro D B in circulo idem ambiente. Nam triangula (postquam A D, quæ hîc non habetur, ducta est) B C F & B A D sunt æqualia. nam anguli C & D sunt anguli in circumferentia ductæ à B A; & sunt quoque rectangula, quia B A D in semicirculo est. Proinde ut C B ad B F, ita D B ad B A. Ergo &c.

III.

In omnibus triangulis circa circulum descriptis, est superficies æqualis rectangulo semidiametri D E, & mediæ summæ omnium laterum.

Si enim ducantur ex E tres lineæ in tres angulos trianguli; tria ejusdem altitudinis triangula erunt, ut E D; & tres bases forent ambitus trianguli. Hinc sequitur, quod inventâ areâ trianguli & ambitu, inventus est diameter circuli inscripti. Divisâ enim areâ per medium omnium laterum, invenietur semidiameter; Item A B & C F constituent mediam summam omnium laterum. Ergo, &c.

IV.

In omnibus triangulis, si ex quolibet angulo ducantur lineæ in punctum medium lateris oppositi, illæ se mutuo secabunt in eodem puncto, ut in F; & pars versus angulum C F est dupla erga aliam F E.

Nam ratio B E ad E A, quæ eadem est, idem valet ac duæ aliæ rationes, scilicet ut B F ad F D, & D C ad C A. subducta igitur ratione subdupla à ratione pari, residuum erit ratio B F, dupla erga F D.

V. VI.

In omnibus triangulis tres perpendiculares secant se mutuo in eodem puncto.

Nam in figura quinta si ducantur C E, B F perpendiculares, se mutuo secantes in G; deinde per G ducta A D erit perpendicularis. Primò anguli in duobus punctis F E constituunt duos angulos rectos, & circulus fluet per A F G E, & semicirculus per C F E B. Anguli item G A E & G F E sunt æquales, sicut etiam G F E & E C B. Atque ideo G A E & G C B quoque erunt æqualia in puncto G. Ac proinde anguli E & D quoque erunt æquales. Et quia E rectus est, D quoque rectus erit. (Author idem voluit demonstrare, sed non fecit.) Atque ita probatum erit, quando A B C amblygonum est.

VII.

Si duo sint polygoni ejusdem nominis, uterque circa circulum descripti; qui circulo inscriptus est, cum duplici nomine, erit medius proportionalis intra duos alios.

Nam ut se habet D G E erga B E D, hoc est, ut G E ad E B, ita B E D erga C E D, vel B E erga C E; hoc est, sicut G E erga E B, sic B E erga E C se habet. idque ob eam rationem, quia rectangulum C E G æquale est quadrato B E vel D E, propter triangulum rectangulum C D E; nam singula hæc triangula sunt $\frac{1}{8}$ totius.

VIII.

In triangulo A B C, quum perpendicularis cadit in triangulum, & C D differentia ablatorum segmentorum est; tum est differentia quadratorum laterum C A & A B æqualis rectangulo B C & C D.

Nam, juxta 6 secundi, rectangulum B C D + quadratum D Q, est æquale quadrato C Q. Addatur in communi quadratum Q A; tum rectangulum B C D + quadratum D A aut A B, valebit tantum quantum quadratum C A. Quare differentia quadratorum C A & A B idem valebit quod rectangulum B C D. Figura 13 eadem est.

IX.

In triangulo rectangulo A B C, duplum quadrati hypotenousæ, est æquale quadratis tam summæ quam differentiæ utriusque alterius lateris simul.

Nam esto supra utrumque latus C; posita latitudo C B; ut sunt C D, & C G, versus A; nota G; tum A D erit summa laterum, & A G differentia, juxta 10 secundi. quadrata D A & A G sunt dupla erga quadrata D C & C A, vel solum ad B A. quare dupliciter quadratum B A erit æquale quadratis D A & A G.

X.

Æquales figuræ superficiales, ut sunt A D & E H, sunt proportionatæ inter se, ut quadrata homologorum laterum suorum, ut D L & H I.

Nam ut se habet E F ad F H aut F I, ita A B erga B D aut erga B L. &, juxta 1 sextæ, ut H E erga H I, ita D A erga D L. Atque hoc satis abunde probatum est in libro 6 Euclid.

Tabula xxij.

XI. XII.

In triangulis rectangulis, quadratum summæ hypotenousæ & alterum laterum rectangulorum, si conjungantur; superat quadratum alterius lateris rectanguli, restante dupliciter rectangulo dictæ summæ & adjuncti.

Esto B E æqualis B C; tum A E quadratum majus est quadrato C A & duplo rectangulo A E B: nam quadratum A E, per 4 secundi, est æquale quadratis A B & B E, vel A C, C B, & B, & bis rectangulo A B & B E; hoc est, quadratum A E æquale est quadratis A C, B C, & B E, & bis dicto rectangulo. &, juxta 3 secundi, quadratum A E erit æquale quadrato C A, & bis rectangulo A E B.

XV.

In triangulo O A B, quadratum duorum laterum O A & A B simul, est æquale quadrato facto ex differentia segmentorum baseos O D & quadrato O N. (quod se habet ad N E, duplum perpendicularis A C, sicut O F ad F B,) cujus quadratum cum quadrato B C, facit quadratum O F.

Fiat a centro A circulus per B; qui extensum latus secat in H V. & à centro O ducitur circulus per V, secans perpendicularem B F in F. & ductâ O F, quæ parallelam (fluentem per H) secat in N; dubium non est quin N E sit dupla cum A C. nam H B est dupla cum B A. Deinde D H extensâ in G, probatur quod

quod G D æqualis eſt cum O N. Et tum quadratum ſummæ laterum O G; æquale eſt quadrato differentiæ ſegmentorum O D, & quadrato D G aut O N.

Æqualiras.

BCq.+COq.+ACq.2 | BAq.+AOq. VAq.

Duplicatio per 10 prop. lib. 2.

BOq.+ODq.+NEq. | VOq.+OSq. GOq.

Subducantur quadrata DO & OS;

Tũ BOq.—OSq.+NEq. | GDq.

Proportio.

BO. | OS | VO | OD.

Quadrata deinde dividunt.

BO.q. | BO q.—OS q. | OG q. | GD q.

Explicatio per præcedentem concluſionem. | BOq.—OS q. +NEq.+ FOq.

Inmutatione & ſectione:

BOq. | BFq. | BOq. + OSq. | NEq.
OCq. | ENq.

Mutatio.

OEq. æquale erit BOq. + OS q. licet ENq. æqualis eſt ENq.

BOq. BOq. + OSq. OGq. GDq.

O Cq. per præcedentem concluſionem.

Ponantur latera quadratorum D ad B O uſque O E, vel F O ad O N, vel G O ad O N; ſic G O ad G D. ideoque G D erit æquale O N.

XVI.

In omnibus quadrangulis inſcriptis circulo, ſummæ rectangulorum factorum à lateribus, quæ comprehendunt latera oppoſita, ſunt ejuſdem rationis cum diagonalibus; ſcilicet rectangula DCB & DAB cum rectangulis ABC & ADC; ſic AC cum DB. nam ut ſe habet DCB ad DAB, ſic triangula ſe habent ut CA ad AE: & in conjunctione ut DCB + DAB ad DAB, ſic CA ad AE. atque ab altero latere, ſcilicet ut ABC ad ABC + CDA, ſic BE ad BD. Præterea triangula CEB, DEA, ſunt æqualia. proinde ut BE ad EA, ſic BC ad AD. ſumatur AB pro communi altitudine; tum erit ut BE ad EA, ſic ABC ad DAB. quare per æqualem rationem ut DAB ad ABC + CDA, ſic EA ad BD. atque etiam per æqualem rationem hujus cum primo, ut DCB + DAB ad ABC + CDA, ſic CA ad DB. quod erat probandum. Vide Tabulæ 20 figuram 17. Ratio petita eſt ex 10 ſecundi Euclidis.

DE VSV SINVVM
Tangentium & secantium.
Tabula 23.
ALB. GIRARD.

Quamvis non ita ptidem publicè libellum de tabulis sinuum tangentium & secantium, nec non trigonometriam tam planam quam sphæricam, multis novis tegulis illustratam edideiim: supervacaneum tamen non erit, si etiam hic fundamenta ibidem posita repetantur. Figuræ enim hic sunt delineatæ. Nec rato contingit, plerosque hunc librum evolvere, priusquam alios authores eandem materiam docentes viderint, legerintque. Vt brevis igitur sim, ordiar ab explicatione.

Sinus arcus in prima figura est G H; qui est sinus arcus G A, vel arcus G B. sinus enim convenit cum duobus arcubus, qui simul juncti faciunt semicirculum sive peripheriam. Hi autem arcus semper sunt inæquales, quando sinus ipsorum communis non est maximus, ut hic D C; qui vocatur totus sinus, quia arcus B D, aut D A, æquales sunt, constituentes singuli quadrantem.

Sinus autem duos quidem arcus habet; verum arcus modo unum sinum. Et; si quis velit sinum dari, ut G A, tum ex quolibet termino, ut A, ducitur linea per centrum fluens, ut ACB; & ab alteto termino, ut G, perpendicularis desuper, ut G H; quæ erit sinus arcus G A. Eodem modo si datus arcus foret G B, à quolibet termino, ut à B, ducitur linea per centrum, ut B C A; tum ab altero termino, scilicet G, perpendicularis (ut supra) GH; quæ etiam erit sinus arcus BG, itemque sinus G A. Jam verò differentia inter alterum datorum arcuum & quadrantem vocatur complementum; sicut differentia inter quemlibet arcum, ut G A, & quadrantem D A, quæ est D G, vocatur complementum arcus A G; quemadmodum etiam G D quoq; erit complementum arcus BG. nam BG differentia quadrantis BD ejusdem arcus DG. Ita quoque tam BG quam GA idem complementum habebunt, ut DG & GE erit sinus complementi BG aut GA; quia habent eundem sinum GH; atque idem sinus complementum, ut GH, vocantur duo arcus, qui ½circulum constituunt quando conjunguntur; ita ut BG sit conjunctus cū GA, & GA cum BG. Jam vero sinus quoque est media pars nervi, (ut vocant, hoc est lineæ tectæ extremitates arcus utrimque tangentis,) & jaculi: verum BF est sinus versus arcus BE; idem, tangens arcum EDK; linea EG est nervus ejus; & DG jaculum verum tangens arcum ED; linea EG est sinus; & DG sinus versus; sicut GL quoque sinus versus est arcus KL.

Quantum ad reliquas lineas in figura tertia; perpendicularis E B est tangens; & C E secans; I G autem sinus arcus I B, aut anguli ICB. Sic etiam si quis velit arcum I A, tum secans fluet è centro C, per extremum arcuum in I, desinens in E, & tangentem EB, quæ tangit arcum I D; & linea F D est tangens, sicut F C secans ejus. Unde sequitur, quod, si proponatur triangulum rectangulum, ut ABC in 4 figura, & hypotenousa *(quæ rectius radius vocari posset)* habeatur pro semidiametro, reliqua latera erunt sinus laterum oppositorum, scilicet B C anguli A, & A C anguli B; qui erunt complementum sinus oppositi. Verum si sumatur alterum laterum pro radio, ut A C; tum BC tangens erit; & hypotenousa B A secans ejusdem anguli A.

Si (ut in 6 figura) ducatur arcus, ut FDE, habens latitudinem perpendicularis

laris B D, idque è centro B; tum C D erit tangens arcus F D, vel anguli C B D; & C B secans ejus; sicut quoque D A tangens; & B A secans anguli D B A; & D B est radius communis. Si è centro C ducatur arcus per punctum B, tum C B erit radius, & D B sinus anguli C, & C D sinus complementi alterius.

In omnibus triangulis sunt anguli ut sinus angulorum oppositorum. In 7 enim figura, si ducatur C A æqualis cum D B; tum B E erit sinus anguli D, & C F anguli A. Nam ut se habet C F ad B E, sic C A ad A B; &, per declarationem, ut sinus A ad sinum D se habet; sic quoque D B ad B A. Atque ut hæc facilius memoriæ mandentur, dicemus, per oppositam rationem, vel inversam, quod sinus A se habet ad latus D B, sicut sinus D ad latus B A. Idem de reliquis triangulis judicium est.

Circulus semper dividitur in partes 360 æquales, quæ gradus appellantur; & singuli gradus in 60 minuta; & singula minuta in totidem (scilicet 60) secunda; atque ita deinceps. Inde sequitur, quadrantem habere partes sive gradus 90. Angulus in centro quoque 90 valet gradus. Arcus quadrante minor vocatur deficiens; ejusque angulus in centro est acutus. Verum angulus quadrante major, & minor tamen semicirculo, abundans vocatur; ejusque angulus in centro est obtusus. Item angulus semicirculi propriè angulus non est, sed valet gradus 180, sive idem quod duo anguli recti. Denique arcus major semicirculo dicitur abundans; ejusque angulus in centro inversus vocatur. Tres anguli trianguli rectilinei, qualesquales sint, simul juncti conficiunt 180 gradus; quare duobus istorum cognitis tertius erit inventus, quasi residuum; &, si in triangulo tres pali fuerint cogniti, reliqui tres quoque noti erunt, (modo unica linea nota sit,) idque per tabulam sinus, quæ continet numeros cujuscunque sinus anguli vel arcus, sine cujus adminiculo calculus totius instituti nequit. Modum computandi quælibet triangula data docui per regulas, contra Marolois methodum. Ut autem res exemplis illustretur, esto in 24 tabula, regula prima, linea & anguli.

Figuræ 15 trianguli tribus palis cognitis, ut sunt duo anguli, & uno latere 36 perticarum; quomodo tres reliqui pali fient noti?

Addantur primò duo anguli, & totus erit 120 gradus. Quibus subductis ab 180 gradibus, reliquum erit 60 grad. pro angulo B. Quod si forte alter angulorum sit 90 gradus, ut angulus A; tum duo reliqui simul quoque 90 grad. conficient. Quare si C 30 grad. subducatur a 90 gradibus, residuum erit 60 grad. pro angulo B, ut antè.

Secundò quæratur in tabula sinus angulorum; scilicet anguli A, qui valet 90 gradus, ejusque sinus 100000; & sinus 30 grad. valet 50000; sicut sinus 60 grad. 86602. Quibus numeris ordine locatis, ut hîc,

Anguli,		gradus.	
A	———	90 - - -	100000,
C	———	30 - - -	50000,
B	———	60 - - -	86602,

invenietur primò latus B C, hoc modo: sinus C 50000 dat latus oppositum valens 36 perticas; quantum igitur dabit latus A 100000? Factus erit, juxta regulam auream, 72 perticæ pro latere B C.

Secundò ad inveniendum latus C A, dicendum erit; Sinus C 50000 dat 36: quantum dabit sinus B 86602? Factus erit, pro latere opposito C A, 62/353, hoc est, 62 perticæ, & 353 (3).

Aliter.

SI quis idem vellet perficere adminiculo ſinuum tangentium & ſecantium, ut hîc, quando triangulum rectangulum eſt; ponatur latus cognitum; B A ſit radius; & diviſo in 100000 partes, tum C A erit 173205, (tanquam tangens anguli B 60 graduum,) & C B (ſecans anguli B) 200000 partium. Quare ut inveniatur CB, dicendum; Si BA 100000 partium valet 36 perticas; quot valebunt 200000 partes CB? Factus erit 72 perticæ, pro CB, ut antè. Atque ut inveniatur CA, dicendum; 100000 valent 36 perticas; quot valebunt 173205? Factus erit 62,$\frac{353}{1000}$, pro AC, ut antè. Figura 16, 17, & 20, eadem.

R E G V L A 2.

Cognitis duobus lateribus & angulo ab iis non comprehenſo.

Tabula 24. *Figura* 18, 19, 22, & 23.

FIgura 18 facile intelligitur. Nam ſi A rectus eſt, reliqui duo ſunt acuti. Sic quoque 19. Nam ſi quis velit invenire angulum A, dicet; B A 39 perticarum conſtituunt ſinum anguli oppoſiti C, qui eſt 84805; quantum dabit B C 28 perticarum? Factus erit 60885 pro ſinu anguli A. Hoc numero in tabula quæſito, deprehendentur 37 gradus, 30 minuta, & 26 ſecunda. Quoniam autem angulus A minor eſt quam C, quia ſubducta eſt à minimo latere dato BC; neceſſariò acutus erit. Verum ſi angulus obtuſus foret, adjunctus 37, &c. de quo ſuprà dictum eſt, ſumendus eſſet. Ratio eſt, quia in tabula, præter ſinum anguli acuti, monuimus ſuprà, quemlibet ſinum duo nomina angulorum vel arcuum habere. Reliquum abſolvitur per regulam primam. In figura 22 corrigatur angulus A; & pro 28 ponatur 26. Notandum præterea, gradus inverſo ordine poſt minuta notatos eſſe.

Verum ſi daretur angulus minimus, ut in 22 figura triangulum ABC, vel A BD; tum conſiderandū eſſet, utrum angulus, ut C, foret acutus, vel, ut D, obtuſus, vel rectus; vel plane contra naturam; quod nec Marolois nec alius quiſquam, quod ſciam, annotavit.

Nam, ſi forte contingat, quod angulus oppoſitus lateri A B rectus ſit; tum operatio facilis eſt. Et hoc deprehenditur, quando factus eſt 100000. Verum, ſi factus major foret toto ſinu 100000; quid tum? Reſpondendum ſanè, quod quæſtio ſolvi non poteſt, ſive calculus, ſive delineationes adhibeantur.

Verum ſi dictus factus minor ſit toto ſinu 100000, quæſtio ſolvi poterit. Angulus autem ſinus ſive acutus ſive obtuſus ſit, perinde erit, Vt hic, factus ſinus anguli C, aut D, valet 84808; qui æque eſt ſinus 122 quàm 58 graduum. Ita ut, cognitis tribus palis, ſciri debeat utrum angulus oppoſitus longiſſimo lateri B A acutus aut obtuſus ſit. Nam tres pali incogniti magnam inde mutationem conſequuntur; quia, ſi angulus acutus eſt, triangulum erit ABC; ſi obtuſus, triangulum ABD. In figura 23 ſolutio duplex non eſt; quoniam angulus maximus C habetur major quam ii qui ſunt oppoſiti lateribus datis; ſubductus enim eſt à maximo latere dato A B; præterea quia non eſt acutus, trium maximus eſt.

Figura 23 computari poteſt, è medio triangulorum rectangulorum ducendo perpendicularem B D.

REGU-

REGVLA 3.

Cognitis duobus lateribus & angulo ab iis comprehenso.

Tabulæ 24. Figura 21.

ESto triangulum ABC, habens duo latera, quorum alterum valet 28, alterum 39, & angulus B 84;29,34. Si quis nolit ducere perpendicularem C supra B A, quærat latera CA, per regulas novas in tabula nostra expressas; vel modo sequenti:

180
84——29——34

95——30——26

39 39 medium est 47——45——13 cujus
28 28 tangens est

67 —— 11 —— 110105
Factus erit 18076; tangens 47——45——13
10——14——47

Totus C 58——0——0
Differentia A 37——30——26

Reliquum facile expeditur, nam latus C A erit per regulam primam 45$\frac{11}{14}$.

REGVLA 4.

Datis tribus lateribus.

Tabulæ 24. Figura 14 & 23.

PEr perpendicularem, quæ ex angulo in alterum laterum oppositorum intra vel extra triangulum cadit, computantor duo triangula rectangula; & segmenta baseos primum cognoscentur per 8 figuram tabulæ 21.

Descriptio fabricæ circini geometrici, de quo in sequentibus operationibus fiet mentio.

Cuditor circinus, movens se simpliciter; & tantæ crassitiei ut in figura; superiusque crura invicem ita, ut expandi & comprimi queant, junguntor, ita ut superficies sit plana & æqualis, & cardo sit lentus. Crurum autem longitudo sit 8 vel 10 pollicum, latitudo autem unius; lineæque AB & BC secent se mutuo in centro B. In vertice circini sit stylus in B; & duo alii, qui erigi, & à circino semoveri possunt, ut in E & F. Cuduntorque ex ferro vel chalybe altitudine; pollicis qui cursores erunt, & semper aptentur lineis AB & BC. Cuduntor item duo alii, altitudine 4 pollicum, sicut A. Fiat quoque cochlea infra B, ut aliis partibus aptari queat circinus, scilicet laminæ æneæ, cui baculus infigitur. Vt autem quilibet hunc pro data occasione fabricare queat, ac scite quisnam in circulo & semicirculo sit usus ejus; tantum normam dimensiones

fiones five menfuras delineandi (infervies enim fabricæ quorumlibet inftrumentorum , quorum ufus in dimenfione angulorum , & in fcala altimetriæ ac longimetriæ erit) docebimus. Interiores igitur lineæ utriufque cruris ifti ufui accommodatæ dividuntor in plures partes æquales ; ut hic in 10000. Deinde in medio fuperficiei notantor gradus ab 1 ad 45; ordineque retrogrado in exteriori margine fuperficiei à 45 ad ufque 90 ; idque fiat adminiculo arcus abditi P P, qui alterum crus tangit in B, habens latitudinem B D. Conficitur item regula ejufdem cum funibus longitudinis, duplo major quam A B aut B C ;& adminiculo iftius regulæ femper numerus graduum ex apertura circini notatorum inveftigari poteft. Partitio autem tanta fit quanta libet, ut in circino proportionali factum fuit ; quod cum cuique notum fit, pluribus non explicabimus.

In mechanica longitudinis dimenfione ufurpamus funem, vel potius catenam, (coarctari enim vel extendi funis poteft) 3 vel 4 virgarum; cujus quælibet virga continet 12 pedes ; quilibet verò pes 12 pollices ; ut hic in regula longitudo pedis divifa eft in 12 pollices. Nota, quando inftrumentum apertum eft, ita ut conficiat angulum rectum, quod tum vocabitur regula angularis , vulgò quadra dicta.

De ufu inftrumenti in Longimetria.

Tabula 26.

AD diftantias dimetiendas datur aditus , (ut ad eas quæ mechanicè adminiculo virgæ dimetiuntur,) vel non datur, vel ex parte datur.

Figuræ A, B, & C.

ESto fubftantia dimetienda AB ; & ad eam dator aditus in A; figitorque inftrumentum in A dicto. Tum fiat angulus BAE ; & ponitor baculus in E. Deinde dimenfo A C aliquot virgas longo , idque adminiculo catenæ, ut angulus ECD fit 16, æqualis priori, tum ponitor baculus in D, in linea recta E B. Et facta dimenfione D C, C E, dicendum ; E C 4 dant C D 6 ; quantum dabit E A 20 ? Et fumma erit 30 virgæ pro A B.

Verum quod attinet ad longitudinem EC , fi fit æqualium partium cum E A; computatio tanto facilior erit. nam fi E C fit ; E C ;& C D quoq; ; A B erit.

Quod ad angulum A vel C, perinde eft qui fit, modo fint æquales. verum fi obliqui, praxis non erit adeò fecura & certa.

Figura D.

OPerâ quoque inftrumenti, fi A D fit perpendicularis fupra B A C in D, angulus A D C fieri poffet æqualis A D B. Deinde fixo baculo in C , & dimenfo A C; ille æqualis erit A B.

Figura E.

ALiter. In dimenfione A B efto C recta fupra AB , & BCD angulus rectus, ficut quoque CDF. Tum fixo baculo in F, ponitor regula angularis in linea D F, ut in E & G ; ita ut AE & BG fint perpendiculares fupra eandem. Et tum G E erit æqualis B A.

Tabulæ

Tabulæ 27. Figura F.

Aliter denique in dimensione B A; ubi non datur aditus nisi in A. Instrumentum fixum in D conficit angulum B D A. Tum posito baculo in D, figitor instrumentum in C, tectâ supra B A, cum eodem angulo; ita ut D sit B C E. Denique posito baculo in transversa sectione E; & dimenso B A, A E, A C; dicendum erit; C A dat A E; quantum dabit D A? Et factus, erit A B.

Figura G.

Aliter per triquetrum. Facto angulo qualicunque in A; positoque instrumento versus C, ita ut alterum crus sit in AC; (qui vocabitur DO;) sumptisque tot partibus æqualibus in dicto crure, quot virgæ ab A in C, hoc est, à D in O sunt; tum ponitor ibi cursor, & deinde alius in E; ita ut OEB sit linea recta, & O sit supra C. Et quot partes æquales reperiuntur in ED, totidem erunt in AB.

Figura H.

Idem à summitate turris fiet, si quis velit metiri A B. Posito enim regulæ angularis crure altero, ut C F in B; funiculus E H (alligatus in E, particulari aliquo exiguo foramine) secabit partes æquales in I. Et tum sicut I C ad C E, sic C A ad A B. Vel, dimensâ altitudine C A adminiculo funis, A B innotescet.

Figura I.

Si arcus major foret quam A B, puncta circini tum vertenda essent versus oculum; tandem, ut E C ad C I, sic C A ad A B.

Figura K.

Vt dimetiatur A B à summitate aggeris, quando aqua (ita ut non detur aditus ad A B) interjecta sit; metiantur duo loca A & C, ut hic, 132 virgarum; tum, dimensis angulis A & C, habebitur triangulum, cujus tres pali sunt cogniti, scilicet linea A C, angulus A, valens 80 gradus, & C, valens 42 gradus. Quibus calculatis per computationem triangulorum, quotus B A erit 104⅗ virgarum.

Figura L.

Si quis volet metiri B A, quando A infima pars perpendicularis E A in monte est, & ad B A datur aditus; sumat altam pinnulam, ut H, aut G; ita ut, quando dirigitur visus ab F in E per G, infima pars G posita sit versus A. Tum sumitor angulus rectus, vel alius quispiam, ut A B C; deinde distantia qualiscunque, ut B C; qua dimensa, sicut & angulo ABC dimenso, deprehendentur in triangulo ABC tres pali cogniti, quorum operâ invenietur B A.

Tabulæ 28.

Figura M.

AD dimetiendum A B ex summitate montis, ponitor in centro instrumenti alta pinnula, ut, si quando dirigitur visus versus B, crura tamen parallela maneant cum horizonte.

Tum posito baculo in K, metiendus est angulus F D E, quasi 90 graduum; & angulus H G I, 60 grad. Deinde latitudo 120 virgarum. Tandem invenietur linea, parallela & æqualis cum A B, 207 ¼ virgarum.

Figura N.

IN dimensione distantiæ A in B, fiat operatio ut suprà. Sed notandum, quod mons aliquomodo planus reddi debeat, ut tanto commodius visus ab A in C dirigi & instrumentum sua crura parallela cum horizonte disponere queat. Necesse quidem foret, ut C ejusdem cum A altitudinis esset; &, quando A C catena metimur, ut tum major distantia, quam revera est, non appareat; idque propter colles & valles.

Figura O.

SI quis à summitate montis, cujus longitudo tanta non est ut ibi duo loca constitui possint, velit metiri distantiam horizontalem A in B, scilicet KB; procedat ab A in B, ut dimetiri queat altitudo A supra lineam BK, scilicet AK. Deinde adminiculo fili cujus extremitati plumbum annexum est, RA ad AH, ut AK ad RB. Vel, metiendo angulum BAK, triangulum rectangulum habebit tres palos notos, quorum operâ B K innotescet.

Figura P.

SI quis velit metiri altitudinem aggeris ABCD, ponito supra terram DAE baculum EF; lineaque horizontali GF notet punctum F. Deinde subducto GH ab EF, residua est quæsita altitudo.

Tabulæ 29.

Figura Q, & R.

SI vero agger tantæ altitudinis foret, ut linea horizontalis E F eum non intersecaret, tum ponitor instrumentum in E, & invenitor intersectio lineæ (cui plumbum affixum est) K F in K; deinde G H. Tum additis E F, K G, subducitor H I. Atque ut fiat experimentum, num agger ubique ejusdem cum I sit altitudinis, multi baculi in promptu sint, ita ut, quando terræ infiguntur, quod extra est, sit æquale H; & tum sine instrumento, solo visu, poterit judicari, num omnes radii, in baculos directi, extremitate H tangant horizontem, ut hic Y; atque ita locus Z erit magis humilis, & P magis elevatus. Figura R est manifesta per supradicta; neque Marolois eam seorsim delineavit.

De

De Longitudinibus ad quas non datur aditus.

Tabula 29. Figura S.

SI quis velit metiri distantiam A B, ad quam non datur aditus, sumat dimensionem B C & C A, per triangula H F E, I G D, juxta figuram tabulæ 26. Deinde quot virgæ fuerint inventæ pro B C, sunto tot pedes à C ad L; & puncto L notato, deinde sit C K tot pedum quot virgæ sunt in C A; tum, si metimur, L K tot pedes quot virgæ invenientur in B A.

Verum si multæ virgæ in C B & C A forent, posset modo $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{3}$ pedum sumi pro L C; item pro C K. atque tum L K habebit eandem rationem ad B A, quam habet L C ad C B.

Aliter, per Tabulas.

ESto B C F, ut & A C D, angulus rectus. Deinde dimetiantur F C, C D, & anguli F D, & B C A. (linea F D ibi abundat.) Tum computentur trianguli B C F, A C D, tanquam anguli recti; deinde B C A; ut habeatur B A.

Figura T.

ALiter. Sumptâ distantiâ locorum satis magnâ, ut D C; eaq; dimensa, itemq; angulis, scil. duobus in C, ut A C B, B C D, & duobus in D; tum fiet computatio juxta tabulas lineæ A D, trianguli A D C. Tum D B trianguli D B C, tandem trianguli B D A duobus lateribus B D, D A, anguloque D, cognitis, reperietur B A.

Figura V.

ALiter denuo. Si forte anguli B D A & B C A æquales essent, tum 4 puncta A B C D forent in eadem circuli peripheria; ac proinde triangula B E A, & D E C, essent æqualia, ita ut, sicut E D ad D C, ita E B ad B A se haberet. Quare per notitiam quatuor angulorum in D C, & lineæ D C, consequemur notitiam D E, E C, & B C; ac proinde quoque rationem D E ad E B, quæ est propria D C.

ALB. GIRARD.

IN dimensione distantiæ, ad quam non datur aditus, considerandum primò, num figura A B C D sit in plano, nec ne. Quod Marolois non annotavit, quippe qui multis verbis solummodo quæsivit aliquam brevitatem, natam ex æqualitate angulorum B D A, B C A; quod tamen non præstitit, licet poneretur quod anguli in puncto E recti forent. Quare ut certior methodus proponatur; si in plano sit distantia, dicendum; Sinus anguli D B C dat sinum anguli B D A; quantum dabit distantia D C? Et quotus erit distantia optata B A. Quæ regula facillima ac brevissima est, & sic memoriæ mandari potest: Sinus distantiæ visibilis datorum locorum, dat mihi sinum optatæ distantiæ visibilis; quantum mihi dabit distantia locorum? Et tum quotus erit optata distantia ad quam non datur aditus. Item si A B & D C non forent in eodem plano, tum sumendi sunt anguli A C B, B C D, & angulus A C D; qui semper minor erit quam duo præcedentes. Et sic quoque de D judicetur. Intersectio E quoque non est necessaria; tum enim nulla est; & quatuor anguli sunt minores quatuor

angulis rectis. Atque hæc non solum de figura V, sed in genere, de omnium generum triangulis dicta sunto.

Tabulæ 30. Figuræ VV, X.

AD explicationem hujus figuræ ponemus mentem authoris, (quæ nobis minimè placet,) corrigendo tamen errores tabulæ, ponendo medium pro toto, numerosque vitiosos emendando, secundaque, quia nullum genus instrumentorum illa admittit, omittendo. Et quoniam ponit, B C & C A æquales esse, quod semper non contingit, ac proinde incertum est ac dubium, aliam methodum quoque docebimus.

Gradus.	Gradus.	Minuta.	Aperto instrumento ad 20 30 40, aut plures
20	14	51	gradus, &c. (nos ponimus 70) tum utrimque
30	19	48	procedit, donec B C A sit 70 graduum, &
40	23	48	tum medium est 35 graduum; poniturque ba-
50	27	8	culus in F, ita ut dictus angulus sit bisectus
60	30	0	æqualiter cum F C. in qua linea retrocedeu-
70	32	31	dum est, donec B E A sit 32 grad. & 31 minu-
80	34	48	torum. & tum juxta hanc tabulam erit E C
90	36	52	æqualis B A. Quantum ad figuram X, ca-

vendum erit, ne superficies instrumenti elevetur; quod author innuit.

Figura Y.

A B *operâ pyxidis nauticæ metiri docet.*

SI in A B detur aditus in A, ponitur pyxis nautica in dicto puncto, locatis pinnulis in B. habitaque ratione indicis acus, tum revolutis pinnulis versus C ubi libuerit, denuo habetor ratio indicis; & distantia A erit dimensa. Similiter, si in C vertatur pinnula in B, visusque dirigatur in indicem; deinde singula delineentur supra chartam parva scala, fiatque linea cæca K H, ponaturque pyxis nautica in K H; & in puncto K vertatur charta, ut & pyxis dicta, donec indicet in A; deinde, adducta charta, & picta K M versus pyxidem, metiatur K H distantia A C; tum, posita pyxide in H K supra punctum H, vertatur donec indicet in C; ac tandem ducatur H M; inventa erit figura K H M æqualis ACB. Dimensaque M K, inventa erit longitudo A B. Computatio fieri posset operâ sinus, cognitis tribus palis in triangulo ABC, modò prius per observationem acus quæratur valor angulorum.

Notandum, quod anguli opera pyxidis nauticæ tam accuratè cognosci nequeunt, quam quidem aliorum instrumentorum, quia acus ferè exiguæ sunt; & quo accuratiores sunt fabricatæ, eo plus temporis requirunt in dimensione angulorum. Præterea vel minima lamina ferri vel chalybis non procul à pyxide distans, totum opus vitiosum redderet. Sunt & aliæ difficultates, quæ operam pyxidum nauticarum, nisi necessitas urgeret, me facerent negligere. Vt autem, quoad fieri potest, commodissimè usurpentur; plurimum juvabit, si paulatim quis in eo se exerceat, dimetiendo pingendoque in charta multangula inæquilatera, ut A B C D E in figura 22.

Tabulæ 32. Figura A.

AD dimetiendam altitudinem A B, ad quam datur aditus in B, idque filo E G, annexo pinnulę E, ubi instrumentum positum fuerit in norma angulari,

gulari, vertitor F C versus A. Et, tum dimensa D B, dicendum; E C dat C G; quantum mihi dabit D B, (aut C H?) Et quotus erit A H. Qui si addatur H B, æqualis altitudini C D; optata altitudo A B erit inventa. Ratio est, quod triangula E C G, C H A, æquilatera sunt. nam G est æqualis A, ratione inversa, ob parallelas E G, A H; quæ singulæ rectum angulum habent; unde lineæ subductæ E C, C H, homologæ sunt.

Si quis vellet metiri angulum C & lineam C H; posset altitudinem opera tangentis invenire, dicendo; Radius 100000 dat mihi C H tanti valoris; quantum dabit tangens anguli C? Et quotus erit A H; cui si addatur C D, totus erit H B, ut antè.

Figura B.

Datâ distantiâ minori altitudine.

Circinus volvendus est versus altitudinem A B; &, postquam D E posita sit versus A, dicendum erit; F D dat D E; quantum dabit C B? Et quotus erit A H; cui addita C D, totus erit A B. Verum si fiat dimensio A D H, fiat operatio per tangentem, ut in præcedenti figura demonstratum fuit.

Figura C.

Verum si ad A B non detur aditus, propter fossam O A; primum dimetienda erit longitudo D A, juxta præcedentem modum dimetiendæ longitudinis; & tum reliqua operatio erit eadem quæ suprà.

Figura D.

Si ad B nec aditus nec visus dirigi possit, & E X major sit quam altitudo; tum per regulam auream, I E, E G, G O, invenietur O P. Deinde si retrocedatur in F; eodem modo, M F, F K, K R, invenietur R Q. De quo subducto O P, reliquus erit T Q. Tandem quando fit dimensio D C, dicendum; (quoniam Q K T est æquangulum cum F A E;) Q T dat mihi F E; quantum dabit R K, (vel K F?) Et quotus erit A X; cui si addatur E C, totus erit A B.

Tabulæ 33. Figura E.

Atqui quando C & F magis prope accedunt ad T, quam altitudo A T; tum operatio facilior est. nam duplex regula aurea non est necessaria, sed dicendum; Modo differentia inter C M, & F I, quæ est Q I, dat mihi F C; quantum dabit mihi G F? Et quotus erit A T; cui si addatur T B, summa erit A B, pro angulo optato.

Figura F.

Vel, si quando C propior est, & H longius distat quam altitudo A T; tum in H per tres, I H, H G, G K, invenietur quartus K L. Deinde esto K O æqualis C F. Et tandem sicut O L ad K G, sic H C ad A T se habet; cui si addatur H P, quotus erit A B.

Figuræ G, H, I.

IN dimensione A B, per duo loca, quæ non sunt in eadem superficie cum A B, altâ pinnulâ P Q dimetiendus erit angulus S D T, hoc modo: Posito primum baculo in S, sumptoque angulo habente altitudinem A D T, eundum erit in S. Tum dimensâ distantiâ S D, & angulo D S T sumpto, pali sufficient ad cognitionem A B. Nam per triangulum D S T, invenietur D T. Deinde per triangulum rectangulum D T A, invenietur A T. Cui si addatur T B altitudo instrumenti, A B innotescet. Idem judicandum de figura H, I. Cur autem author tot figuras delineaverit, ex eo contigit, quod modo utitur scala dimensionis distantiæ, modo angulis; unde magna confusio suboritur. Sufficit sanè mihi exemplorum præcedentium numerus, ad intelligentiam usus scalæ in dimensione distantiæ, & quidem necessario. nam instrumentum authoris ineptum est ad dimetiendos angulos cujusque altitudinis, nisi fiat consideratio, utrum majores, minores, vel æquales sint 45 gradibus; quod difficile & molestum est. Obiter notabo, (quoniam author ejus non facit mentionem,) oculos in figuris pictos significare, eas juxta perspectivam delineatas esse; ut ignarus ejus scire queat, lineas, quæ revera in plano chartæ non sunt pictæ, suam mensuram, sicut alias, non habere.

Tabulę 34. Figura K, L.

SI quis consistens in monte non satis plano, ut Z D, velit dimetiri altitudinem A B; efficiet id hoc modo: Inveniet primùm D B per D Z, qui invenitur opera virgæ K Y, toties loco motæ quoties opus fuerit; item perpendiculo. Tum, dimenso angulo S P B, & B S P, (qui idem est quod BDQ,) triangulum rectangulum D R Q innotescet; (nota; Si instrumenti altitudo in D est æqualis altitudini Q, tum D Q parallela erit cum S P;) & deinde S P B, tandemque A S B. Atque ita invenietur A B, absque eo ut fiat aditus (qui non datur) in Z. Figura L eodem modo concluditur.

Figura M.

PRofunditates sine declivitate dimetiuntur accuratissime adminiculo perpendicularium. declives verò opera virgæ; nisi dentur loca in monte duo, unde data profunditas cerni potest. nam tum primò dimetienda erit distantia B per longimetriam, & angulus L B A, & triangulum rectangulum L B A; tum palos satis multos habebit cognitos ad cognoscendum L A.

Figura N.

ALtitudines perpendiculares cum horizonte, dimetiri possumus pet tabulas figuræ W.

Tabulæ 32. Figura O.

POnitor scala V in sectione B I & C M. Si quis tum scite velit longitudinem literarum B A; metietur primò, quocunque modo voluerit, C M, C V; deinde B V, & K M. Et tum dicet; B V, minus K M, dat mihi V M; quantum dabit B V? Et quotus erit V A; vel, summa quadratorum B V, V A, erit pro quadrato B A, per 47 primi.

DE

DE PLANIMETRIA.

Tabulæ 35.

Dimensio linearum, est linearum tantum, ut A. quales sunt ulnæ, virgæ, vel alia quævis longitudo. Verum dimensio superficierum fit in figura quadrilatera, ut B; cujus unum latus est æqualis mensuræ cum longitudine, ut A; ita ut, si A contineat 1 virgam, tum B vocetur virga quadrata.

Figura I.

IN dimensione supetficiei rectanguli A B C D, metitot longitudo B A 7 virgarum, & latitudo A C 5 virgarum; tum factus erit 35 virgarum quadratarum, pro superficie ABCD. Tantum de superficiebus.

In triangulorum rectangulorum dimensione multiplicantor duo latera constituentia angulum rectum; & tum dimidium de facto subducitor.

Figuræ II. III.

IN dimensione reliquorum triangulorum, multiplicator unum latus cum perpendiculari; & tum dimidium facti erit superficies trianguli. Verum ut perpendicularis inveniri queat, baculi 6 aut 7 pedum ponendi sunt supra parallelam cum aliquo laterum, ut hic A C parallela cum uno latere, ut ab instrumento retrocedi queat. Deinde fiat in linea C A, cum transversario, donec B D A rectus sit. Deinde, dimensa B D, addantur 6 aut 7 pedes dicti, ut habeatur perpendicularis. Aliquando medium latitudinis fossæ usurpandum, quando in triangulum non datur aditus. Perpendiculares extrorsum dimetiendæ erunt sicut in quarta figura, ita ut duo anguli D & D C A recti sint.

Figuræ V; VI.

SI ad B propter magnam distantiam vel aliud quoddam impedimenrum non dirigitur visus, fiat D C perpendicularis cum A C. deinde B G cum E F. & summa D E, G B, erit optatum. Atque hæc tota operatio per transversarium D E G & palos instituitur.

Tabulæ 36. Figura VII.

IN figuris quadrilateris dimetiendæ sunt perpendiculares B E, D F, (supra diagonalem C A.) quarum summa multiplicata cum C A, medium facti aream constituet. E. g. Esto B E 13 D F 8; totus 21, multiplicatus cum C A 44. Medium facti, scilicet 462, erit area. Licebit quoque multiplicare 21 cum 22, (medio 44;) vel $10\frac{1}{2}$ per 44; quod eodem recidit; nam idem est, multiplicare per totum, & per partes.

Figura VIII.

ATque licebit metiri multilateras superficies, & figuras rectilineas, dividendo eas in tot quadrangula quot fieri potest, ut hic; &, si triangulum restat,

restat, dimetiendum erit ut antè; deinde si addantur omnes superficies, totus erit area tota.

Figura IX.

SI in superficies non datur aditus, multis tamen modis dimensio institui potest. nam si ponatur baculus in L, in radiis E C, A B; inde A E Q & E O L rectangula, & triangula E L A, C L B, C D E, dimetiri poterimus, si de uno E L A subducantur duo reliqua. nam reliquus erit area quæsita. Liceret quoq; metiri figuram quadrilateram A E K B, & deinde E K C D; cujus differentia esset quæsita area. Dimensio C B, per æqualem illi A G, fit per parallelas C A, B G.

Figura X.

SI nihil daretur nisi circuitus, & lineas A F, F B, dimetiri non liceret; tum dimetiendi essent anguli & lineæ circuitus. Quoniam autem quinquangulum est; ideo 10 palos habet, quorum 7 noti quidem erunt, ut fuse apparet in tabula nostra sinus; cujus adminiculo experiri licebit, num in sequenti schemate non sit error aut oppositio, quoniam plures 7 sunt.

A	60	AB	120	virgæ
B	120	BC	80.	
C	30	CD	35	
D	270	DE	190	
E	60	EA	160	
	540			

Preterea invenietur area triangulorum A B D, C B D, E D A, si per computationem quæsita sit basis & perpendiculares. Ex. g. In triangulo E D A, angulus E & duo latera in eo comprehensa sunt cognita; ac proinde & perpendiculares decidentes. Triangulum rectangulum E D H habet tres palos. Quare perpendicularis erit 86 virgarū 6 (1); medium, 43.3. Quo numero multiplicato cum E A, factus erit 6928 virgarum quadratarum, pro triangulo E D A; atque ita H B D 3115, & B C D 700; quorum summa erit 10743.

Iam vero omnes anguli quinquanguli additi conficere debent 540, hoc est, 6 angulos rectos; quoniam tria triangula. Atque ita sciri poterit in qualiber figura multangulari, quot gradus omnes anguli simul juncti conficere debeant.

Tabulæ 37. Figuræ XI, XII, XIII.

QUando dantur figuræ obliquilineæ, reducuntur quam quidem fieri potest commodissimè ad figuras rectilineas, ut A B T F; & reliquum C G I N P T dimetiri licebit modo sequenti: Esto G H C quasi triangulum rectangulum; & I K H G quasi trapezium. Ponuntur baculi in H, G, K, I, M, L, O, N, &c. Tum, si K H foret 5⅓; & I K, G H, simul 8: medium est 4, & factus 22, pro trapezio dicto. Idem de cæteris judicium esto. Tantum quoque subducitur, quantum sumitur pro rectis lineis, ut A B, A F. Eadem est operatio figuræ 12 & 13.

Figuræ

Figuræ XIV, XV.

AD inveniendum diametrum circuli, duo baculi in circumferentia sunt ponendi. Deinde cum tranversario E videndus per exigua foramina diameter B D. Verum si intrinsecus per circulum non datur aditus, ut in 15 figura, norma (vel transversarium) ponenda erit in R, ita ut baculus O videri possit, & extremum circuli A. Tandemque Q R est æqualis diametro P O. Verum hic modus errori subjectus est.

Figura XVI.

AD inveniendam intersectionem A B C, ponenda erit norma in medio AC, ut in D. Deinde dimensâ B D, notandus est totus ejus. Eodem modo si quis metiri vellet augmentum C B A E, quærere deberet differentiam intersectionis.

Figura XVII.

QUod ad figuram ovalem, quæ Ellipsis vocatur, dimetimur minimum diametrum F A, & maximum B I. Tum dimensione circuli supra minimum diametrum factâ, facile area Ellipsios invenietur; quoniam illa eandem rationem ad Ellipsin, quam minimus diameter ad majorem, habebit. Ex. gr. Si F A foret 21, & B I 36; circumferentia erit 346½. Item, F A 21 dat mihi B I 36, quantum dabit 346½? Et quotus erit 594 pro area Ellipsios.

Differentia tamen est in dimensione regularis vel irregularis. Marolois, sicut etiã alii plures, inter quos magnus ille Iosephus Scaliger, differentiam hanc ignoraverunt. Sed differentia est, quod Ovale est figura quasi unius segmenti, quæ nullam partem circumferentiæ circuli habet; est intersectio coni aut cylindri; (quod idem est, modo continuo retro intersecet.) Sed de his alias latius.

Tabulæ 38.

Modus fabricandi & in plano delineandi tabulas sive mappas.

HUnc tractatum satis obscure ac vitiose conscriptum ab authore solus correxi. Nam sæpius indicat mentem per characteres, quum figuræ tamen eos non habeant. Dividit pyxidem nauticam in gradus 360; ego vero dividetem solummodo in 180 gradus. Quare ipsius verbis ab hac tabula ad usque 42 utar; quia facilius est immurare figuras cum suis demonstrationibus, quam valorem.

Tabularum delineatio nobis est mutatio sive reductio formæ majoris in minorem. Estque generalis, vel particularis. Generalis, quando delineatur tabula totius orbis terrarum. Hæc vocatur geographia, & hydrographia. Atq; eam hic negligemus, tantumque de chorographia, quæ est delineatio partis alicujus terrarum orbis, scilicet regni aut provinciæ, tractabimus. Item de Topographia; quæ est delineatio civitatis, arcis, pagi, aut similis cujusdam figuræ. Et dispositionem alicujus formæ majoris in minorem vocamus planimetriam.

Iam vero ut distincte explicemus utramque, ordiemur à Topographia. Quæ est (ut suprà diximus) reductio sive mutatio formæ in minorem, habentem an-

 gulos

gulos & latera proportionalia cum majori. Atqui licet diversi sint modi hoc efficiendi; tamen omnium temporum experientia docuit, hodieque adhuc docet, quot difficultates suboriantur, ut dispositio æqualis & proportionalis fiat. Nam licet anguli quam perfectissime sint observati, nunquam tamen quum figura delineanda erit, efficietur ut duæ lineæ extremæ conveniant; præsertim quum dicta figura multos angulos habebit. nam tum difficultas se prodit, ita ut tandem necesse habeamus parum immutare pictos angulos, ut lineæ extremæ conjungantur. Et figura delineatur sicut revera est. nam hic sæpe multi errores committuntur. Hanc igitur partem absolvemus (ut ea quæ fieri potest, perfectitudo hic observetur,) tam adminiculo Pyxidis nauticæ, & Astrolabii, quam Virgæ.

Tabulæ 38. figura 1.

QUinquangulum, ut ABCDE, quod magnæ formæ in plano vel campo est, delineandum esto in minori forma, supra chartam, tabulam, vel alibi. Ut hoc exacte fiat, dimetienda erit longitudo linearum AB, BC, CD, DE, EA, EB, & EC, adminiculo catenæ vel virgæ. Quo facto in convenienti scala pingitor longitudo linearum AE, AB & BE. Tum ex punctis A & E describuntor arcus ejusdem distantiæ, se invicem secantes in B E; quibus à puncto E, & distantiâ BC, & CE, fient arcus se invicem secantes in C. Deinde ab eodem puncto C & E (sumptâ distantiâ CD, ED, supra dictam scalam) pingentur arcus, qui se invicem secabunt in D. Et tandem ductis lineis, inventa erit figura quinquangula, comprehendens eosdem angulos & latera, ut apparet ex 4 lib. 6 Euclidis.

Figura 2.

ALiter. Ponitor planca, id est, asser, tabula, sicut AC, habens convenientem magnitudinem, supra baculum DE. Quo terræ infixo, ita ut superficies dictæ plancæ æqualiter distet à superficie plani de quo Tabula erit delineanda; tum annexâ chartâ purâ TIK dictæ plancæ; figitor baculus in aliquem angulorum dicti plani, ut in H. Tum viso eis regulam, quæ in charta est, angulo dicti plani versus dextram, ut est G, regula immobilis tenetor; ducitorque linea exca, quæ æqualis erit distantiæ quæ erit ab angulo G versus angulum H, idque scalâ in eum usum factâ. Tum planca immota manente, regula (in qua duæ pinnulæ sunt) volvetur versus proximum angulum à sinistris, ut est F; ita ut dicta regula tangat extremum ductæ lineæ, ut in I. Tum ducta eis eandem regulam alia linea, pingendæ erunt supra eandem incipiendo ab angulo tot partes scalæ quot virgæ deprehenduntur ab H ad F; pergendo ita de loco in locum, sive ab angulo in angulum; habita tantum ratione quando instrumentum occupat alium angulum. Notandum quoque, quod norma debeat poni supra postremò ductam lineam; baculus & planca tam diu volvi, donec per exigua foramina cerni potest punctum unde initio facta est; ut dilucidissime in figura apparet.

Aliter, opera angulorum.

ALiter planus ABCDEFG dimetiendus, tabulaque ejus delineanda erit hoc modo: Observantor omnes anguli omniaque latera figuræ datæ opera circuli, semicirculi, quadrantis, vel alterius cujusdam instrumenti continentis gradus. Quo facto, computantor omnes anguli recti qui in figura dantur.

tur. Quibus multiplicatis cum 90 gradibus, factus, erit graduum summa quos anguli figuræ continent. Quæ si conveniat cum summa graduum angulorum præcedentis computationis: credendum erit, dictos angulos bene observatos esse: ut infra videre est.

	A	90	
	B	92	
	C	240	
Anguli	D	85	grad.
	E	93	
	F	165	
	G	135	

Summa 900 grad.

Quoniam autem figura est seprangula, dicendum:
Anguli figuræ sunt — — — 7.
Unde subductis — — — —2,
reliquus est — — — — 5.
Quæ multiplicata per — — —2,
danr factum angulorum rectorum — —10.
Quo mulriplicato cum gradibus anguli recti 90,
factus erit — — — — 900.

Qui collarus cum præcedenti summa, si conveniat; certum est, angulos dicti septanguli bene observatos fuisse.

Verum, quam rarò conveniant summæ, testabuntur ii, qui hujus rei praxin exercent; præcipue vero tum, quando figuræ sunt polygonæ.

Vr igitur ejusmodi errores evitenrur; meo quidem judicio, aptissime in figura, quoad fieri poterit, anguli minuendi erunt. Vt hic, posito instrumento, in F, sumo angulum C F G, C F E; & metior F E, & F G. Tum positio instrumento in G, sumo angulum C G F, & C G A: & deinde angulum A G F; qui æqualis deber esse summæ angulorum C G F & C G A. Quo sic invento, metiemur G A; instrumentumque ponemus in A, sumendo, ut supra, angulum C A G & C A B. Quo peracto, ducimus in charta aliqua lineam rectam G F, ponendo cum scala virgas; quæ invenientur à G ad F. Tum primum fiar angulus C F G, & C G F. Arque ut tanto accuratius inveniri queat punctum C, sumenda erir linea G F, quæ est una ex longissimis, ut habeatur angulus G C F, proximus angulo recto. nam quanto magis acurus fuerit ille angulus, tanto magis incerta erit operario; ut supra dictum est. Puncto igitur C accurate invento, facile arque accurare figura delineari poterit, licet etiam error foret in aliis lateribus. nam si latus A G sit viriosum, usurpari poterunr duo anguli A G C & A C G; quorum opera invenietur punctum A; & ex consequenti linea sive larus A G. Idem de cæteris lateribus judicium esto. Ira ur accurate invento A G F E, facillime inveniantur anguli B, C, & D; idque sola observatione angulorum D C E, & B C A.

Figura IV.

EOdem modo Tabula civiratis alicujus delineari posset, quando loca quædam altiora, ut sunt turres arque aliæ ejus generis altitudines, quæ ex omnibus angulis civitatis cerni possunt, in ea direntur. Observatis enim angulis particularibus, tandem quæsirum habebitur; ut apparet ex 4 figura. Quoniam autem accuratior est observatio, quādo instrumentum æqualiter distat à plano vel horizonte; plurimum sane juvaret, si pinnulæ, quæ versus turrim sunt directæ,

&c. paulo altiores forent, nec necesse haberemus instrumentum è loco suo movere. Ratio quoque habenda est, (ut suprà monuimus,) quod angulus indicans punctum turris semper fere sit angulus rectus, qui vulgo fit ex longissimo latere sive linea civitatis, ut hic A C; modo metiri eam liceat. sin minus; observandi erunt quàm accuratissime anguli B, A, C. Inde numerandi erunt anguli D C A & D A C; ut inveniatur punctum D; cujus operâ reliqui anguli & latera haberi poterunt, delineando angulos E D C & D C E lineâ D E & C E. Et tum observandum erit, num linea E C eandem, quam antè, longitudinem habeat. si ita; certum, omnia benè observata esse. Et quoniam anguli D E C, & D C E, per observationem sunt noti; manifestum est, angulum E D C quoque cognitum esse. Atque hæc est ratio cur dixerimus, angulos C D E & D C E pingendos esse, scilicet ut per eos innotescat angulus E. Eadem autem operatio, quæ fit ab hoc puncto, est in omnibus aliis. Siquis vero non semper à puncto D incipere volet, ut inveniat puncta F, G, H, C; saltem experimenti loco inserviet ei, si explorabit, num bene posita sint; observando scilicet, quando duo anguli D H G & D G H sunt dimensi, num tertius angulus sit in puncto D; quod necesse est, si observatio accurate facta sit.

Verum si turris dicta vel alia quævis altitudo ex omnibus angulis civitatis cerni non possit; necesse erit, ut alius modus adhibeatur. Ex. gr. Esto civitas A B C D E F G H I, de qua tabula erit delineanda; nec tamen ex aliquo angulorum ulla altitudo cerni possit, sed tantum anguli dati. Vt fiat tamen operatio, ponitor instrumentum in B; & dirigitor visus in puncta C & A; &, si fieri possit, etiam in punctum E; observando interea tam angulum A B E, quam E B C. Ab angulo autem G observabuntur anguli B C E, & anguli B C A, A C E, &, si fieri possit, angulus F C E, atq; ita deinceps reliqui anguli. Tum, ductâ lineâ B C; angulisque E B C, & B C E, supra eam delineatis; necesse est ut E C habeat longitudinem lineæ sive lateris civitatis; quæ prius catena vel virga erit. Dimensa linea igitur E C, notata in scala, si conveniat; certum erit, angulum B C E bene observatum & delineatum fuisse. Ad majorem quoque certitudinem, videndum, num angulus A B E conveniat cum angulo observationis, quod necesse est; ut figura 4 clare demonstrat.

Figuræ V, VI.

SI occasio non permittat, ut angulos C aut H, sed tantum lineas B C, C H, & H E, metiri liceat; tamen tabula B C H E delineari poterit; observando scilicet angulos C B H, & H E C. Deinde ducenda erit linea quædam cæca C H, in charta pura; supra quam opera scalę ponetur observata longitudo C H; & ab extremitate dictæ lineæ ducendi erunt duo anguli, habentes magnitudinem C B A, & C E H; ut sequitur:

Ab angulo recto	90	grad.
subducto angulo C E H	55	
Reliquus, pro angulo I H C,	35	

Vt innotescat angulus M H C, dicendum erit:

Ab angulo recto	90	grad.
subducto angulo H B C	$52\frac{1}{4}$	
Reliquus pro angulo M H C est	$37\frac{3}{4}$	

Factis igitur ab extremitatibus lineæ C H, angulis M H C & M C H, item I C H & I H C; ubi lineæ M H, & C M, H I, se invicem secant in punctis M & I, ducendi

ducendi erunt ab iisdem & à distantiis M H & HI diversis temporibus arcus qui in figura sunt notati literis E H C & H C B. Deinde adminiculo scalæ posità distantià reciprocà, ut à punctis C & H ad B & E; tandem ducuntor lineæ C B, & H E; quæ absolvent figuram B C H E, æqualem B C & H E in majori forma Idem fiat cum parte B A, G D; metiendo nimirum omnia latera; & observando angulos G B A, & A D G; pingendo G B A 47 graduum, & G D A 42 ½ graduum. Inde sequens operatio proficisceretur:

Ab angulo recto — — — 90
subducto angulo G B A — — 47 } grad.
Reliquus pro angulo L A G est — 43

Et de K A G hoc modo:

Ab angulo recto — — — 90
subducto G D A — — — 42½ } grad.
Reliquus pro angulo G A K est 37½

Factis igitur angulis dictis G A L, & G A K, quorum alter est 43 graduum, alter 47½ graduum, idque à punctis A & G, ubi se invicem secant, ut in punctis L & K; fient ab iisdem & à distantiis L A, K A, diverso tempore, arcus G A B, & A G D. Deinde adminiculo scalę sumpta distantia G D & A B, eaque supra dictos arcus posita, habebimus figuram A B D G. deinde resecta parte D G A B, & E H C B, fiet tum angulus A B C. Positaque B C supra B C, acu ducentur puncta C H E. Idem fiet cum tota figura B A G D. Tandemque factis è punctis D & E, & distantiis D F & F E, arcubus, se invicem secantibus in F; tabula erit absoluta & perfecta. Vt autem certi simus de perfectitudine; observabimus primo angulum F; &, si is conveniat cum eo qui est in tabula delineatus, accuratissime erit operatio peracta. Fieri enim non potest, ut alicubi sit error quam in angulo F, vel in dispositione linearum A B, B C, supra A B, B C. Quare si error sit in angulo F, eodem modo ille corrigendus est; & figura quęsita erit perfecta.

Antequam ulterius progrediamur, notandum erit; quando angulus A observari nequit, quod nec angulus C; &, quod locus aptus positioni instrumenti non datur; posset enim in dicto angulo domus vel aliud quoddam impedimentum reperiri.

Item notandum; quod, quum nos primò delinearimus angulum B, licuisset incepisse ab F; & à punctis G & H observasse angulos D G F, & F H E; quorum opera inveniri possent anguli D & E, juxta operationem præcedentem. Sic & reliquum dictæ figuræ.

Tabulæ 39. Figura VII.

SI quis Tabulam partis figuræ, ut H L A, vellet delineare, & visus à puncto A in L dirigi non posset, sicut nec ab L in A; fiet tamen operatio per intersectionem duarum linearum curvarũ, modo sequenti: Retro fiat itio in linea H L, ut ab L in O, dimetiendo ab L ad Q, (ubi baculus figitur,) deinde à P ad O; (ubi quoque baculus figitur.) Tum ab A observatis angulis O A P, & P A Q, invenietur punctum sive angulus A, modo sequenti: Nota primum in scala observatas mensuras, ut ab L ad Q, à Q ad P, & à P ad O. Deinde anguli O A P & P A Q, singuli 90 graduum, ducuntor; & inventi erunt anguli circumferentię vel baseos. Vt inveniantur anguli centri, ducuntor lineæ O R, P R, & P S, Q S, versus angulos circumferentiæ; & intersectiones eorum erunt centra circulorum. Quare circumferentiæ se mutuo secant in puncto A. Atque ita invenietur punctum A. Quanquam & hoc aliquo modo observari potest à puncto L,

 ita

ita ut civitatem circuire non sit opus; ut figura clare docet.

NOTA.

Quod angulus A & angulus L noti fieri possent per angulum O & O Q A. Nam si dirigi visus posset à punctis O & Q ad A, facile innotescet punctum A. Verum si locum mutare nolimus, tamen certo poterit inveniri punctum dictum A, juxta regulam præcedentem.

Figura VIII.

Si quis velit delineare figuræ irregularis sive curvæ tabulam, utpote silvæ, per quam nec datur aditus nec visus, neque exitus propter aquas circumfluentes, sed unica modo via B F, per quam licet in silvam ire; tum, ut inveniatur circuitus A B C, ponendi erunt in via F B tres baculi F E D, tantæ magnitudinis ut cerni possint, habentes in summitate vasa vel corbes, vel aliud quid quod è longinquo appareт, (scilicet quando punctum C ab F procul distat, utpote semimilliari vel circiter.) Verum in distantiis minoribus tanta instrumentorum copia non est opus. Tum observantor à puncto C anguli F C E, & E C D; item à puncto A anguli F A E, & E A D. Deinde inveniuntor juxta modum præcedentem anguli circuitus, qui lineas F E & E D ambiunt; unde licebit in intersectione delineare angulos æquales F C E & E C D; item in altera intersectione angulos F A E, & E A D. Quod fit eodem modo, quo invenimus jam ante angulum A, ducendo angulum F C E 90 graduum; & tum restabit angulus baseos, ut pingatur centrum circuli qui angulum F C E claudit; atque invenietur angulus, sicut & angulus A. Deinde supra F D ponendi erunt tot virgæ quot reperiuntur à D ad B; idque auxilio scalæ; & tandem invenietur centrum circuitus, cujus circumferentia fluit per puncta A, B, & C; & habebitur quæsitum.

Si F E D non sint in eadem recta linea, observanda accurate erunt dicta puncta A & C; investigando quomodo sita sint, quos angulos faciant & quomodo distent. facilis enim erit descriptio obliquitatis linearum F E, E D, & D B. unde tandem invenientur puncta A & C, juxta suprà dicta.

Figuræ IX, X.

Iuxta hunc modum licebit in Tabula delineare triangulum C B A. Cujus anguli B & A non sunt apti ad operationem, sed tantum angulus C, & latus A B sunt nota. Ut de eo igitur tabula fiat, ponitor supra lineam A B baculus, ut in G; ita ut G A B sit linea recta. Deinde opera instrumenti dimensis angulis B C A, & A C G; ducitor recta cœca; supra quam notabuntur distantiæ A B & A G. Quoniam autem angulus centri duplo major est quàm angulus circumferentiæ, angulus baseos hoc modo sumetur:

Angulus B C A valet $39\frac{1}{2}$	Quibus subductis à 90, reliquus erit	$50\frac{1}{2}$	pro angulis supra basin.
Angulus A C G valet $19\frac{1}{2}$		$70\frac{1}{2}$	

Notantor supra lineam B G auxilio scalæ longitudines A B 40 virgarum, & A G 30 virgarum; & manifestum erit quod angulus A B H valebit $50\frac{1}{2}$ gradus; qui angulus supra basin est; ita ut H sit centrum circuli, comprehendens lineam A B; supra quam ex circumferentia duci potest angulus B C A, valens $39\frac{1}{2}$ gradus; & K erit centrum alterius circuli, qui angulum A C G valens $19\frac{1}{2}$ gradus, continet, & comprehendit lineam A G; ita punctum intersectionis C quæsitum duorum circulorum erit. Inde subducta linea recta B C & C A, triangulum datum erit inventum.

Figura

Figura XI.

Eodem modo licebit cognoscere & in tabula ponere punctum D, quod exempli gratia erit initium cuniculi, quando in exercitu inde poterunt cerni tria loca à terra elevata, quæ in urbe reperiuntur & in tabula picta sunt; qualia sunt turres, vel anguli munimentorum; observando angulos A D B, & B D C. Deinde subductis iisdem angulis à 90, reliquus erit angulus E B A, & F B C; quo poterunt inveniri centra circuli, ut sunt E & F. Supra quæ ductis arcubus, qui se invicem secant in B D, alter cum latitudine E A, & alter cum latitudine F B, tum inventum erit punctum propositum D, ut figura docet.

De usu Pyxidis Nauticæ.

Tabulæ 40. Figura XII.

SI daretur tabula loci polygoni conficienda, ad quem non daretur conspectus nisi ab angulo in angulum, tum pyxis nautica aptissimum instrumentum erit, ut suprà diximus. Fabricetur igitur pyxis nautica, cujus circumferentia divisa sit in 360 gradus; ita ut margo circuitus ejus, situs circa extremitatem acus, & gradus, notati sint ab occidente versus orientem, juxta ordinem signorum Zodiaci; interna vero capacitas sit latior diametro circuitus vel acus, ne umbra impediat visum in gradus, sicut figura A hic depicta ostendit.

Tum, si quando ejus usus erit, ponitor in aliquo angulorum, de quo duo latera anguli ejus cerni possint; ita tamen, ut dicta pyxis semper respiciat versus sinistram; vel, ut character 2 semper sit ad latus sinistræ; vel potius, ut numerus 2 semper respiciat versus locum ad quem fiet itio, & character 1 versus locum unde facta est itio. Atque ita, observatis angulis & lateribus loci de quo tabula delineanda erit, reservantor specialia & particularia memoriter, vel in tabella, ut hic videre est:

HCB	——	——	58.
HEB	——	——	160.
HFB	——	——	260.
HGB	——	——	330.

Tabulæ 41. Figuræ XIII, XIV, & XV.

SUmitor tabula descripta in nostra perspectiva, quæ est plana A, B, C, D; supra quam notatus est cursor literis H I; ut apparet ex 13 figura. Tum quadrans circuli (in figura 14) dividitor in 90 gradus, & notantor ut figura demonstrat, ut eorum fiat usus infra descriptus. Quilibet vero diameter sit 4 pollicum, ut gradus tantæ perfectitudinis eo certius discerni queant. Deinde affigitor charta pura dictæ tabulæ, notata literis A B C D. Positoque quadrante, cursor H I sit acus, quæ semper indicat septentrionem. Tum dicto quadrante I C notabuntur gradus indicis vel acus; numerando à puncto H versus dextram tot gradus quot acus indicat; observando, circulum universum divisum esse in quatuor quadrantes, cujus duo priores sunt versus sinistram ejus regulæ. Ut autem tanto facilius comprehendantur quæ dicta sunt, supra dictum instrumentum fiximus chartam 1, 2, 3, 4; in qua acu delineata est figura quadrilatera irregularis

CEFG; cujus primùm latus versus sinistram est e; quæ ducta est obliquitate lineæ post septentrionem, ut ante CE. Quod fit hoc modo: pingitur punctum c, quo vertitur cursor HI. Tum, posito quadrante in e, ejusque semidiametro supra CH, notantur 85 gradus ab A ad B. Deinde ducitur linea infinita CE; fiatque æqualis dimensæ longitudini, auxilio scalæ in eum usum fabricatæ. Tum vertitur cursor HI à C ad E, ut ducatur angulus HEB. Quoniam autem ille major est priori quadrante circuli, centrum quadrantis ponendum erit in E, & latus ab E versus I contra dictum cursorem, quærendo magnitudinem anguli HEB in secundo margine. Tum denuo notato puncto gradus acu, ducitor recta ab E per dictum B usque in F æqualis distantiæ dimensæ; in quo puncto F posito cursore HI, ducetur angulus HFB, qui est in secundo semicirculo, ponendo angulum quadrantis in F, & alterum laterum contra FH, & numerando in quarto margine graduum numerum quem acus indicavit, quãdo visa est FG; è regione cujus puncti, in charta notabitur punctum, vel aliquod aliud exiguum stigma acu, ut ducatur linea GF; qua convenienter facta, vertitor cursor in G, ut ibi notetur obliquitas lineæ GC, ponendo quadrantem circuli cum centro suo in G, & alterum diametrorum contra dictum cursorem G versus H. Tum notator in quarto margine numerus graduum; videtorque num eum gradibus observationis conveniat; è regione cujus denuo punctum pingendum erit, ut ducatur linea CG; quæ non solum debet fluere per dictum punctum C, sed GC debet quoque eandem habere longitudinem quam latera indimensione observata. Et tum figura quadrilatera erit descripta; juxta quem modum, planum ABCDEFGH quoque in tabula delinearum est, ut 15 figura demonstrat.

Figura XVI.

EOdem modo delineari poterit figura B, quam via irregularis comprehendit, si ponantur baculi in medio viæ, ita ut medium ejus cerni possit, absque eo quod linea radicalis aliquomodo exinde fluat. Baculi hic sunt notati punctis quibusdam. Tum artifex tabulæ se sistet Ex. gr. in B, videbitque versus punctum A, quod baculum sive indicem demonstrat, & C, quod alium indicat, utraque posita supra terminos rectæ AB & BC quæ est dicta via; (nam si ulterius ponantur, erunt extra viam;) observando quot gradus acus pyxidis nauticæ indicat, tam in AB, quam in BC. Tum distantiis dimensis, ponitor dicta pyxis nautica in D, relinquendo indicia B & C; & sistat se artifex in D, ita ut æque angulum C ac punctum E videre queat, ita ut linea visibilis semper sit in medio viç absque eo quod inde fluat. Tum denuo videat versus indicem acus, tam à D ad C, quam à D usque in E; notando gradus in charta vel alibi, sicut quoque longitudines DC & DE, &c. Atque ita pergat donec veniat in B; observetque ut dicta pyxis nautica semper sit in uno latere, scilicet in numero 2, semperque versus CD & E, &c. Vt exinde tabula fiat, ut supra dictum est, hic affigitor charta pura supra tabulam nostram aptam perspectivæ, & tum auxilio cursoris & quadrantis describantur omnes declinationes acus, & longitudines linearum; quibus licebit invenire circuitum dictæ figuræ B; extra & intra quem ducuntor lineæ habentes mediam latitudinem viæ; & figura erit absoluta, ut apparet ex 16.

Eodem modo licebit delineare flumina aliasque figuras irregulares.

Figura XVII.

TAndem, ut delineetur civitas ABCDEFGH; ad quam non datur aditus nisi extra eam, nec magis procul licet distare quam exemplum demonstrat; poterit

terit hoc præstari usu pyxidis nuticæ, hoc modo: Notantor quædam signa in muris rectis qui cortinæ dicuntur quæ cerni possint ab angulis ABCD; in quibus angulis pyxis nautica ponetur, ita ut à radiis visibilibus simul & eodē modo tangantur & turres & dicta signa; diligenter observando, quem gradum acus indicet; item, ut ea pars pyxidis nauticæ, ubi picta est litera I, semper sit versus locum unde cæptum est, & character 2 versus locum quo eundum erit, (ut antè sæpe monuimus,) & juxta ea quæ intelligi possunt à puncto A. Tum vertitor instrumentum ab A in B; videndo rursus à puncto I, & ab alio puncto K, ita ut radii visibiles semper attingant turrim B. Vnde apparet quod pyxis nautica tantum debet distare à dicta turri, ut liceat videre puncta I & K. Quo peracto metiendæ erunt distantiæ AI, IB; BK, & KC; &c. sicut & cortinæ I, K, & L; ponendo quoque pyxidem nauticam versus eas, ut innotescant earum declinationes; facto initio dimensionis ab I versus dictam turrim A, & tum versus turrim B, &c. Quo accurate observato, & dimensis lateribus AI, BI, BK. &c. facile erit invenire altitudinem turrium; observando nimirum, quod termini sive extremitates cortinarum IKL &c. initium & terminum sive extremitatem turrium dant, & simul tangunt lineam visibilem AIBKC &c. Diviso enim angulo A vel B in duas partes æquales, certum erit quod linea divisionis erit centrum circuli, vel dictæ turris. Quo peracto ponitor alterum crus circini in dicta linea, & alterum crus extenditor ad extremitatem cortinarum; ducendo circumferentiam turrium, prout lineas visibiles tangunt; & bene erunt descriptæ, si modo dicta circumferentia non attingat lineas radicales AI, IB, BK, KC. &c. Pro ratione autem operis, aperietur vel comprimetur circinus, donec dictæ lineæ attingi possint. Quibus omnibus in charta vel alibi bene accurateque notatis, poterit inde tabula delineari, ut suprà docuimus; atque ita quæsitum perficietur.

NOTA,

SI daretur aditus in dictam civitatem, vel arcem; præstaret cortinas dictas prolongare linea visibili, donec se muto intersecarent; positoque baculo in angulo intersectionis, operatio certior foret, ut antè, neque necesse esset ita, ut supra, observare anguli magnitudinem. Præterea si quis velit accuratius centra minorum turrium invenire, ducat ex radicalium linearū mutuo tactu perpendiculares supra circumferentias, quæ lineas fluentes per centra dictarum turrium secabunt in iisdem centris.

Figura XVIII.

POterit quoque delineari magnitudo alicujus turris rotundę extra urbem vel arcem sitæ, hoc modo: Ponitor instrumentum in aliquo loco, ut hic in A; & dirigitor visus per pinnulas in puncta B & C, tangentia solum circumferentiam eorum in iisdem punctis. Tum observatā aperturā anguli A, (qui locus est artificis,) clauditor instrumentum ad dimidium anguli usque, manente altero crure dicti instrumenti supra BA; & per aliud videbitur punctum D. Tum dimenso AD, & AB; BA per seipsum multiplicabitur, & factus dividetur per AD; & quotus erit AE; de quo, subducto AD, reliquus erit diameter dictæ turris, scilicet DE, ut ex 36 lib. 3 Euclidis apparet.

Figura XIX.

SI data figura, de qua tabula delineanda erit, sit inæquilatera, ut hic 19 figura, præstaret figuram dividere ut suprà, ut eo modo resecari possent omnes

partes circulares cum lineis rectis BC, DQ. Tum ductis perpendicularibus LM N, &c. dimetiri licebit quasi per lineam BC, & partibus earum. Tum ducenda erit in aliquâ purâ chartâ linea B, sumptâ supra scalam distantiâ a B ad primam perpendicularem L; ea ponetur supra dictam lineam cæcam. Factâ autem perpendiculari L juxta debitam altitudinem, ponetur, ut antè, supra eandem lineam BC, distantia à B ad secundam perpendicularem M; erigendo ab hoc puncto perpendicularem M cum vera longitudine sua. Atque idem de cæteris punctis judicium esto. Tandem ducitor (ab extremitatibus perpendicularium) linea curva, quæ dabit quæsitum.

Transpositio, operâ præcedentis instrumenti, planarum figurarum, quarum anguli, juxta vulgarem modum, auxilio Astrolabii dimetiendi erunt.

Tabula 42.

PONatur, quod figura hæc 42 accurate sit perfecta, & angulos habeat HGFEDCBA.

H	160	grad.	8
G	25		2
F	300		6
E	50		2
D	65		12
C	290		90
B	100		1080 grad.
A	90		
	1080		

Heic qui volet tabulam delineare operâ instrumenti præcedentis, efficiet illud hoc modo; Posito, quod A H sit parallela cum basi instrumenti, quoniam angulus H obtusus est; manifestum est, quod linea G H cadet versus sinistram, in secundo semicirculo. Quare prius angulus dictus subducetur à semicirculo, & reliquus erit 20 grad. Quibus additis tribus angulis 270 graduum, inclinatio lineæ H G erit 290 graduum, numerando à dextra versus sinistram; qui notandi erunt ut sequitur:

			Inclinatio.
H	160	90	H G.
G	25	85	G F.
F	300	325	
E	50	95	
D	65		
C	290		
B	100		
A	90		

Angulus G, qui est 25 graduum est, addendus angulo GHF 70 graduum; & totus erit 95 graduum. Quo subducto ab 180, reliquus erit 85 graduum, pro angulo HFG; qui etiam in tabula præcedenti est notandus. Angulo autem F, qui facit 300 gradus, subducto à 360 gradibus, reliquus est 60 graduum, pro angulo EFG. Cui addito angulo HFG 85 graduum, totus erit 145. Eoque addito priori semicirculo

circulo 180 graduum, totus erit 325 graduum; qui erunt è regione anguli F, pro declinatione lineæ FE. Angulo autem E denuò addito angulo EFH, qui est 35 graduum, totus erit 85 graduum. Quo subducto ab 180 gradibus, reliquus erit 95 graduum & declinatio lineæ ED.

Eadem operatione in singulis triangulis instituta, invenientur declinationes, quibus delineari poterunt figuræ supra tabulam, absque eo quod habeatur ratio angulorum, sed solum observata declinatione linearum. Quod sanè multum præstat, quia errores, qui committuntur in angulis, sunt particulares, qui non sequuntur in sequentibus angulis, ut solet fieri, quando topographica figura delineatur per particulares angulos; nam uno tum errore commisso, quo plures anguli dantur, hoc error esse major poterit. Quare in hoc casu hæc sunt consideranda. nam tunc hujusmodi operationis usus pernecessarius est. Quando autem tabula nimis magna foret, liceret eas partes resecare, quas tabula contineret; quæ deinde poterunt conjungi, ita ut omnes lineæ meridiani & horizontis sibi invicem fiant obviæ. Et tabula perfectè erit absoluta. Verum habenda est ratio computationis declinationum laterum figuræ datæ, ne error committatur.

Dispositio in plano.

VOcamus dispositionem in plano, delineationem figuræ minoris in majorem, ut antè diximus. Verum quam difficile sit minorem figuram mutare in majorem, ex sequentibus apparebit. Ne autem videantur errores, ut in majoribus formis, diligens est habenda ratio praxios, scilicet delineationis formæ minoris in majorem, quod hîc vocamus dispositionem in plano. Vitandi igitur hic sunt diligenter polygoni, aliaque, ut infra docebimus.

Figura XX.

VT igitur aliqua figura in plano delineetur, fiat primo quadratum, cujus quodlibet latus valeat 7000 pedes geometricos. Diagonales paulò minus 990 pedibus valebunt; quorum medium erit 495 pedum. Dimensis igitur ab E ad D 495 pedibus, inventum erit centrum quadrati; ubi baculus figendus erit. Huic fusti seu baculo, in centro quadrati defixo, funes duo (qui tempestatum vitio longitudinem non mutent; alioquin operatio incerta erit) alligantor, singuli 495 pedes longi; tertius autem, 700 pedum, à D ad E & F extendatur; & accurate dabitur tunc quæsitum latus quadrati, inque eo forma quælibet magna. Verum quum in funibus tot dentur errores ob tempestatum mutationes, neque etiam centrum loci sæpè haberi possit, qui in plano delineandus erit, ob ædium, arborum vel paludum impedimenta; nullus usus melior est quam instrumenti. Si autem hoc poni possit in centro D, haberi poterit angulus EDF; qui in hoc exemplo valet 90 gradus. Tum, si fiat ab eodem baculo D dimensio 495 pedum versus E & F, distantia EF erit cognita; quæ dimetienda erit, ut experiamur num area 700 sit quod requirebatur. Tandem, ductis diagonalibus DC, DB, opus erit perfectum.

Figurâ XXI.

VErum si quis vellet dictam figuram in plano delineare, ita ut latus IK æqualiter distet à via GH; certissimum foret, si instrumentum primò poneretur in N, & visus dirigeretur per pinnulas cis viam GH, ut ab N ad O & ad M. Tum

 dimensis

dimensis ab N O 700 pedibus, toutemque ab N in M, tantoque pluribus quanto magis punctum K debet distare à V ia. Deinde instrumento posito in O, factus erit angulus rectus N O L, ponendo supra lineam radicalem L baculum. Tum dimetiendi erunt à puncto O 700 pedes; vel tanto plures, quanto plures fuerint dimensi ab N ad K, ut ab O ad I. Atque ita quadratum I K L M in plano erit delineatum, juxta requisita.

Figura XXII.

VErum si figura in plano delineanda sit multilatera, & necesse sit ut aliquod laterum ponatur cis viam, vel flumen; primò dimetienda erit linea IK; & tum quæretur centrum multilateræ, cujus latus est IK. Quod facile fit juxta ea quæ suprà docuimus, in descriptione figurarum multilaterarum. Quoniam enim anguli I & K sunt noti, medium eorum quoque notum erit. Ac proinde posito instrumento in terminis lineæ IK, quæ æqualiter distat à G H; & aperto cum totidem gradibus, quot medium anguli cōtinet; tum ponentur in linea visibili signa sive baculi Q & K; & fiet tandiu regressus, donec ab uno eodemque puncto videri possint baculi sive signa Q I & R K, ambo bini in linea recta quæ prodit à puncto C centro figuræ multilateræ. Vnde dimensis lineis CI & CK, quæ æquales debent esse juxta definitionem circuli, atq; etiam cum computatione quæ facta erit; sequetur certissime, centrum C, & punctum, accurate inventum esse. Quorum operâ facile erit invenire reliquos angulos figuræ multilateræ, ponendo instrumentum in C. Vt autem, quoad fieri potest, multitudo angulorum evitetur, fiat angulus ICE duplo major angulo ICK, posito baculo in S. Deinde ponitur instrumentum in I; fietque angulus CIE; eundo tam diu retro cis IE, (scilicet quæ baculum sive signum gerit,) donec occurratur lineæ CS; quod fit baculis sive signis; & punctum occursus erit in E; quod erit unum ex lateribus figuræ multilateræ. Per hoc, & per angulum I, facile erit invenire angulum D, idq; tam perpendiculari DT, quā angulis DIE & DEI. Idemque de cæteris figuræ multilateræ angulis judicium esto. Possent quoque computari anguli KIE & IKO. Tum, posito instrumento in punctis K & I, potuissent delineari IKO & KIE, dimetiendo supra LE & KO tot virgas, quot in computatione erunt; & inventa erunt puncta & ànguli E & O; idque ob eam caussam quod anguli KIE & IKO prope accedunt ad angulum rectum; quod certissimum est, ut suprà monuimus; ita ut, quando necesse habemus, quasdam figuras in plano delineare operâ angulorum, certissima regula sit, resecare tot angulos quot à circumferentia resecari possunt; sicut in dicta figura videre est, ubi resecti sunt anguli D & P; qui multo certius deinde conjunguntur, sumendo angulos PKO & POK, sicut etiam EOF & OEF. Atque ita de cęteris angulis, ut figura 22 demonstrat.

Munimenti alicujus vel partis ejus delineatio in plano.

Figura XXIII.

IN delineatione munimenti sive arcis alicujus in plano, si centrum loci haberi queat, certius erit, inde exordium facere; quam circuitum delineare incipiendo ab angulis munimentorum, ut fere fit. Potius inveniendum ergo centrum arcis, ut hic punctum C; diligenter & accurate sumendo angulum A C B, qui notus est per computationem factam; unde non solum innotecit linea A C, sed quotquot ducuntur in arce ad perfectionem ejus; (de quibus infrà in fortificatione sermo erit.) Deinde ponuntur baculi in punctis B & F, ut dimetiri queant

queant supra EF continuo tot virgæ quot linea faucis (Galli *gorge* vocant) requirit. Tandem instrumento posito in A, ducetur angulus CAD æqualis dimidio anguli munimenti; visoque supra lineam AD, & dimensa longitudine frontis, (Galli *face* vocant,) ut ab A ad G; inventa erit cortina LO, æqualis GK. Atque ita notæ erunt omnes partes arcis, contentæ intra duas lineas AG & GB. Verum si occasio loci impediat ne centrum C inveniri queat; vel occasio postulet, ut initium fiat ab angulo munimenti; necesse erit invenire lineam AB, observando ubi lineæ extensæ responsoris (Galli *flanc* vocant) interfecat lineam dictam AB (quæ est distantia ab uno angulo munimenti ad alium;) ut hic in H & I. Quod invenitur per computationem infrà in fortificatione descriptam. Deinde dimensâ distantiâ ab A & B, scilicet AH & IB, ducentur à punctis H & I anguli recti AHL & BIO, dimetiendo IK & KO, item HG & GL; quæ dabunt frontes (Galli *faces* vocant) munimentorum AG & BK, itemque responsores (Galli *flancs* vocant) GL & KO, sicut & cortinas LO. Ita ut hoc modo juxta ordinem inventæ sint omnes partes munimenti & dimensæ, idque meo judicio tam perfectè quam fieri potest. Sicut enim factum est supra lineam AB, sic faciendum erit quoque supra lineam AO, modo observetur ut angulus A accurate in plano notetur, ducendo AR æqualem cum AG, & angulum BAR æqualem angulo OAG. Vnde facile licebit invenire cæteras partes arcis sitas intra AO, dimetiendo supra AB æqualem AH, & erigendo perpendicularem PQ, in qua ponentur partes PR & RQ, æquales HG & GL. Deinde, ut experimentum fiat, num angulus A accurate sit positus in plano, nec ne, mensuretur linea faucis QE, quæ æqualis est DL. Præterea, si locus permittat, ut liceat stare in puncto S, poterit quoque experimentum fieri anguli A, ponendo instrumentum in S, ejus aperturæ quam locus postulat. Deinde, si dirigatur visus per alterum crus A, punctum P debet necessario incidere in visum alterius cruris, modo angulus A & distantia AP bene sumpta fuerint. Vt vero certius & accuratius perfectitudo puncti R & magnitudinis anguli A inveniatur, ponendum instrumentum in T, & aperiendum erit pro re nata & loci occasione. Alioquin præstaret ut angulus T rectus foret; atque ita directo visu in rectam AC, & cis alterum crus in C, si tum linea visibilis fiat obvia puncto O, certum erit, angulum accurate positum esse.

Experimentum quoque fiet hoc modo: Ponitor instrumentum in A, & observator angulus BAR, qui notus est. Si tum linea visibilis occurrat puncto R, certum erit, angulum GAR accurate factum esse.

Verum siquis angulum A ita velit in dato constituere loco, ut frons munimenti AG parallela sit lineæ; ut XB; quæ tangit aliud munimentum in B; præstaret tum, meo quidem judicio, delineare angulum XBA. Et quoniam linea AB nota est, manifestum fit, quàm exiguo labore reliquum inveniri possit.

Si contingeret, angulum R debere distare aliquot virgas vel pedes, ita ut munimentū B foret ab hac parte lineæ, id sine ulla conditione fieri poterit; hoc solo observato, quod linea XB parallela esse debebit lineæ AV. cognita enim linea X A, reliquum per præcedens exemplum manifestum erit. Quare de eo plura dicere supersedemus. Quanquam autem adhuc multæ aliæ propositiones hanc materiam spectantes describi possent; consultum tamen, pro hac vice non ulterius progredi, ne nimis prolixus fiam, judicavi.

Figura XXIV.

PErgimus igitur describere modum delineandi duo munimenta in plano, sita in aliquo flumine, absque eo tamen ut architectus vel mathematicus necesse habeat se sistere in flumine, neque ad illud accedere tam prope ut madefiat.

Vt, ex. gr. esto cortina AB; supra quam exstruenda erunt duo munimenta; quorum anguli sunt notati literis L & M; quarum centra sunt C & D. Hoc perficietur absque eo ut quis se in flumine sistat; ac dimensio A F aut F L, vel magnitudinis angulorum L&M, modo sequenti peragenda: Fiat primum computatio angulorum, qui lineas defensionis constituunt supra cortinas, item angulorum figurarum multilaterarum, & angulorum munimenti. Tum posito instrumento in O, ducitor angulus AOP; & baculi ponuntor in P & O; ut hoc modo prolongari queat linea visibilis versus M. Tum posito instrumento in D, ducitor angulus BDQ, qui, si se mathematicus vertat ad aliud latus, cerni possit versus M; jubetorque famulus tamdui retro ire cis QDM, ut is, qui est in P, videatur ab eo in recta linea P O; ubi baculus ponendus erit, vel signum aliquod in M; qui erit angulus optati munimenti. Eodem modo licebit invenire angulum E, ponendo instrumentum ad angulos rectos in B, & mandando famulo, qui signum M posuit, propius accedere cis M P, donec mathematici occurrant visui ea quæ fiunt in E. Atque ita in plano ponentur omnes partes munimenti B E M D. Vnde manifestum fit, quomodo aliud munimentum L F A C sit delineandum.

Rectam prolongare ulterius quam visus dirigitur.

Data sit linea O L, ponenda in plano, cum impedimento R S, ita ut visus ibi impediatur, neque ulterius extendi queat, propter dictum impedimentum usque in L; quæ debet esse terminus lineæ O L. Vt hoc accurate fiat, ducenda erit linea O G; ubi longitudo & magnitudo trianguli O L G angulorum dimetienda venit. Quo facto, ponitor instrumentum in G; ducitorque angulus L O G. Vel, quia L O G nondum inveniri potest, ponitor baculus in V. Tum, dimensa G L, facto initio à G ad L, ponitor instrumentum in L; quod constituet angulum G L F; & tum linea tanget R S, ut in T; ubi signum notandum erit. Deinde instrumentum ponetur in O; visoque angulo G O F, ubi radius radicalis tangit R S, punctum quoque ponetur, ut in X. Atque ita frons L F delineata erit, quod requirebatur.

Verum ut inveniatur dictum punctum L, absque eo ut dimensio G L instituatur; extendenda erit O G in H, & computandus angulus L H G. Ac proinde, instrumento posito in dicto puncto T, apertum erit versus angulum L H G. Tum positis signis in G & V, tam diu retro eundum erit cis lineam G V, donec occurritur radio visibili T L; quod angulum optatum dabit.

Dimensio anguli ad quem non datur aditus.

Figura XXV.

Esto angulus B; cujus magnitudo quærenda est, licet ad eum non detur aditus, propter impedimentum D E. Ut hoc fiat, ponitor instrumentum in C & A; & observantor anguli D A C, & E C A. Quibus conjunctis, & ab eorum toto subductis gradibus 180, reliquus erit angulus B. Factâ autem dimensione lineæ A C, auxilio dictorum angulorum & lineæ dictæ; poterunt inveniri lineæ A B, & B C. Si vero mathematicus foret extra locum, poterit invenire angulum B, si ponat instrumentum ita ut linea visibilis G B A sit recta transiens; tum posito baculo in H & in G, tam diu ibit retro cis lineam C B, donec occurrat utrique baculo H & G; quod fiet in F. Tum observabit quales anguli F & G sunt; atque operâ istorum angulorum tertius angulus B innotescet, per 32 propositionem lib. 1. Euclidis.

Aream

Aream datam in plano delineare auxilio pyxidis nauticæ.

POsitâ supra præcedentem tabulam tabulâ delineatâ, observantor gradus cujusque lateris, ponitorque cursor in angulis dictæ areæ. Tum, posito instrumento sive quadrante in A, ita ut latus I 3 respondeat dicto cursori; observator ubi figura A H intersecat marginem dicti quadrantis; quod in libello memoriali annotabitur. Vt hic, pictis primum gradibus lineæ A H, & tum longitudine ejus, scilicet,

AH	——	——	—— 96	——	48 } virg.
HB	——	——	——	——	16 } virg.

Et pro A B ducetur linea meridionalis, sumptâ solâ longitudine, quia nullam declinationem habet. Quare in dicta linea non nisi unicum punctum invenitur, quod innuit circuli initium. Quoniam autem cursor tangit punctum B, ponendus erit quadrans in dicto puncto, cum latere I 2. Et tum observabitur, ubinam linea B C quadrantem intersecet; & gradus ille notabitur in libello memoriali, donec circuitus sit absolutus.

Tum, ubi ventum fuerit ad locum, ubi dicta area in majori forma delineanda erit; primo ponenda erit pyxis nautica in eo gradu, quem libellus memorialis indicat, hoc est, ubi acus pyxidis nauticæ monstrat, scilicet in 96 gradu; dimetiendo versus H 48 virgas; qui numerus virgarum in libello memoriali notatus est è regione numeri graduum. Item absque mutatione loci pyxidis nauticæ à puncto A volventur pinnulæ, ut per eas videri possit punctum B, si acus index est in gradu tabulæ. Tandem posito baculo in linea visibili, in ea tum dimetienda erit distantia quæ in memoriali libello est notata. Atque ita de loco in locum pergendo, habebitur quæsitum.

NOTA.

SI figura multangula foret, liceret ab ea secare eos quos occasio loci admitteret, ut evitentur errores, quos fere angulorum multitudo requirit ac parit.

Verum si quis vellet in plano delineare figuram aliquam, quæ tangeret lineam ductam ubi planum munimenti locandum esset, vel ab ea declinaret; necesse erit, ut recedatur ab eo loco, & dimensio fiat declinationis dictæ lineæ ibidem notatæ; quæ in tabula eo modo, quo in plano libuerit, notabitur. Deinde dicta tabula tantum mutabitur in mensa, ut linea dicta sic ducta indicet eundem gradum qui in observatione inventus est. Et tum tabula affigitor mensæ ceræ pauxillo. Deinde observabuntur omnes anguli datæ figuræ, ut suprà docuimus. Atque ita observatione particulari facta in memoriali libello, etiã locus propositus invenietur, modo habeatur ratio ut pyxis nautica sic moveatur loco, ut acus continuo indicet observationem in tabula factam. Atque ita absolvetur optata figura.

Figura XXVII.

EOdem modo licebit describere angulum supra aliquam lineam dati puncti, licet inde ducta linea videri non possit. Vt, ex. gr. esto linea A B; & punctum, unde linea ducenda erit; fiatque angulus supra eam æqualis dato angulo C; unde cerni non potest linea A B. Quare sumenda erit declinatio lineæ A B. Vnde manifestum evadet, in qua declinatione pyxis nautica in C ponenda sit, ut haberi queat angulus C D A; & quam facile sit à punctis A & C delineare

angulum

angulum æqualem dato apparet, si ponatur primum pyxis nautica in puncto A, & visus dirigatur versus E, ubi baculus figendus erit. Tum, posito velle quempiam habere angulum D, 102 graduum; quibus subductis ab 180 gradibus, reliquus sit 78 graduum; quo addito observationi puncti A 252 graduum, totus sit 330 gradus; in quibus positâ acu pyxidis nauticæ, quæ est in C, vertendo tam diu pyxidem dictam donec acus ejus se sistat in 330 gradu; tum, directo visu per pinnulas versus D, & posito in linea visibili baculo, ut hic in F, donec occuratur A E, ut hic in D; habebitur quæsitus angulus 120 graduum. Notandum autem, literam I, notatam in pyxide nautica, esse versus angulum D, ut factum est in observatione puncti A versus eundem, & charactere 2 versus D; habita semper ratione ejus quod suprà dictum est; scilicet semper vertendam esse pyxidem nauticam ab oriente in occidentem, juxta motum primi mobilis.

Proposueram mihi hoc loco multas alias observationes ad Topographiam pertinentes describere; verum temporis angustia impedivit. Quocirca sufficient ea quæ dicta sunt.

De Stereometria.

Tabula post quadragesimam secundam prima.

Corpus sive solidum est, quod longitudinem, latitudinem & altitudinem habet; ejusque termini sunt superficies. Angulus solidus est concursus multorum planorum in idem punctum; qui si prolongantur in eodem puncto, se invicem secant. Vt autem angulus solidus constituatur, plures quam duo requiruntur anguli. Vide punctum tertiæ figuræ. Notandum quoque, quod fieri non potest ut corpora describantur in plana superficie, nisi per Perspectivam.

Euclides corpora in stereometria definivit. Verum, quum figuræ hic satis dilucide indicent ea quæ in definitionibus ejus traduntur, eas vel similes explicabimus. Primum corpus, sive solidum, vocatur Cubus; qui undique ex sex quadratis factus est. Figura 4 & 14 est parallelepipedum, constans è sex parallelogrammis, quorũ opposita sunt æqualia. Figura 5,6,7,19, sunt rectæ pyramides, quia perpendicularis incidit à vertice in mediam basin. Figuræ 11, 12, 13, sunt pyramides obliquæ; & nomen sortiuntur ex qualitate basios. Quarum enim basis triangulum est, vocantur pyramides triangulares; reliquæ sunt quadrangulares, quinquangulares, &c. vel rotundæ, quæ proprie nominari possunt; Figura 8 est regulare octaedrum; comprehenditque octo triangula æquilatera & æqualia. Figura 9 est regulare dodecaedrum, comprehensum à duodecim æquilateris & æqualibus quinquangulis.

Columna, est solidum sive corpus comprehensum intra duas æquales & parallelas superficies, ejusdem crassitiei, rectasque à superficie ad superficiem. Figuris 1,4, 14, 15,16,17,18.

Cylindrus est columna rotunda, ut 18 figurâ. Estque vel scalene, vel obliqua.

Rhombus conicus est 22 figurâ.

Divisor sphæræ est solidum duarum superficierum, quarum altera est instar coni, cujus vertex est altera superficies sphærica. Figuris 24,25. Verum vigesimâ quartâ est divisor major, & vigesimâ quintâ divisor minor. Medium solidi sphærici vocatur Hemisphærium. Figuris 28 & 29. Pars sive sectio sphæræ est solidum duarum superficierum, quarum altera plana, altera sphærica est. Figuris 26 & 27. Et vigesimâ sextâ est sectio sive pars major. Idem quoque dici poterit de sphæroeidibus. Figuris 34, 35, & 36.

Tabula post quadragesimam secundam tertia.

ESto figurâ 37 longitudo unius virgæ; & 38 quadratum, cujus unumquodque latus eandem habet longitudinem; 39 cubus, cujus latera quoque sunt ejusdem longitudinis. Tum in 37 dimetiendæ sunt lineæ; in 38 superficies; in 39 solida sive corpora. Esto 40, pars aliqua cubi, habens duas superficies oppositas quadratas æquales & parallelas, humiliores Cubo; estque aliquomodo mensura corporum quæ plinthus vocatur. Et, si latus quadrati sit unius virgæ, & altitudo unius pedis, tum vocatur plinthus, quæ est duodecima pars virgæ cubicæ, uti 39 & 41 figurâ est duodecima pars quadragesimæ. Vt autem dimensio corporum intelligi queat, absque eo quod sequendum erit præceptum Maroloii; docebo generalia, scilicet, quòd unumquodque est pyramidoeides, vel factum ex pyramidibus. Quoniam autem facilis est dimensio & computatio columnarum; docebo, quomodo columnæ & pyramides dimetiendæ erunt.

Modus dimetiendi columnas.

MUltiplicetur superficies basios cum altitudine, & factus, erit area columnæ. Nam, in 44 figura, si multiplicetur basis 36 pedum quadratorum, cum altitudine 4; factus, est 144 pedum cubicorum. Atque idem in sequentibus figuris ejusdem tabulæ judicium esto. Sic in 39, si multiplicetur basis 148 cum altitudine CE; factus, erit area cylindri. In 50 figura si multiplicetur basis ABCD cum altitudine BE vel AG; factus, erit area. Altitudo autem hic est perpendicularis à vertice ad basin, quæ aliquando intra, aliquando extra basin cadit. Eodem modo in 51 figura si multiplicetur profilum (id est, ichnographia vel forma, & prima deformatio) ABCD cum longitudine, factus erit area totius.

Modus dimetiendi pyramides.

Tabula quarta.

MUltiplicetur basis & altitudo inter se; & tertia pars facti, erit area pyramidis.

In 52 figura si multiplicetur basis ABC cum altitudine DO; ⅓ facti erit area ejus. Vt vero eodem modo pyramidem resectam dimetiamur, ut ACLKGF; fiat dimensio pyramidum ALB & GFB; & differentia erit quæsitum.

Aliter dimetiri licet pyramides resectas; quæ inventio mea est; & hic coronidis loco addetur. (Tabulę enim postremæ explicationem tradimus in Fortificatione Authoris; ubi demonstravi errorem ejus quem commiserat in dimensione pyramidum duplicium. Quare Lector videat 1 fig. Tabulæ 17 Fortificationis; ubi computationem nostram inveniet.)

In dimensione igitur pyramidum resectarum, additor operimentum GF, cum basi LAK; & medium proportionale earum, & totus multiplicetur cum ⅓ altitudinis OM; & factus, erit area ejus. Vt, ex. gr. Esto EF (latus quadrati) 5, & LC 11 pedes longum, & OM 18 pedes altum. Quoniam autem quadrata est, facilis erit operatio.

Factus ab FE, LC	55
Quadratum ab F E	25
Quadratum ab L C	121
Totus	201
$\frac{1}{3}$ ab O M	6

Factus est 1206 pro area pyramidis.

Figura 54 & 55 tabulæ 4 aptæ sunt ad inveniendum punctum O. Vbi perpendicularis cadit à vertice in basin pyramidis. Tria enim triangula absque basi sunt in eodem plano, in 54 figura; & tres perpendiculares punctorum A, E, F, in tribus lateribus triangularis basios B D C, concurrunt in eodem puncto O.

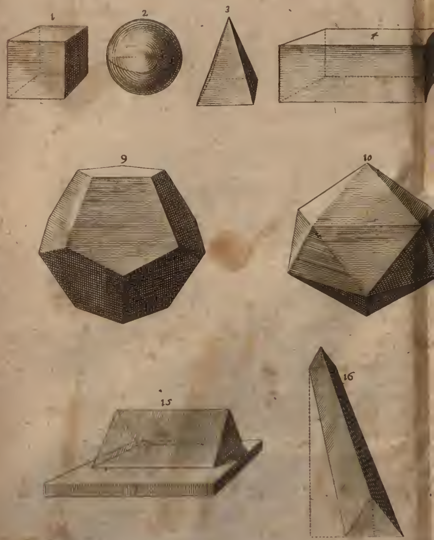
A GI-

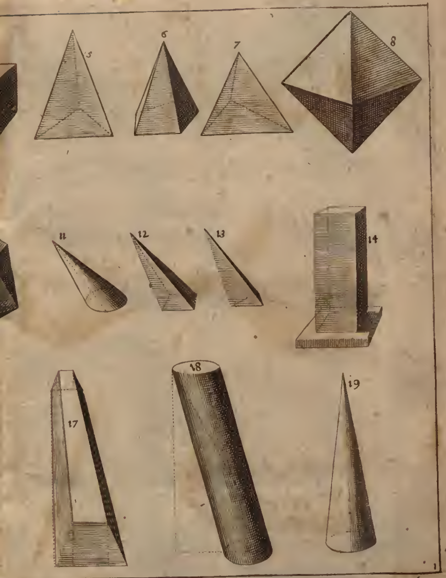
A. GIRARD.

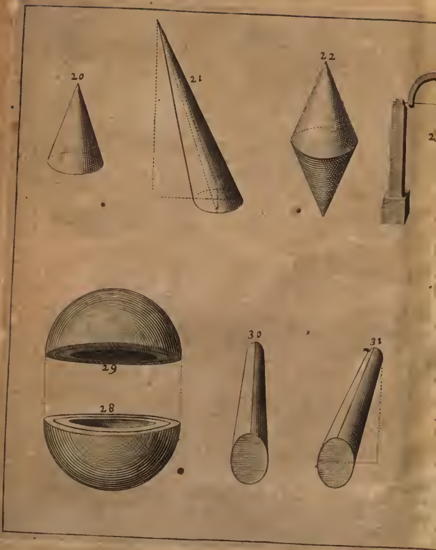
Lectori S.

CAussa, quæ me movit, commentarios facere in explicationes figurarum geometricarum Marolois, nulla alia fuit, quam quod dolebam, librum, tot tantisque, tam Authoris quam Typographiæ incuria, erroribus ac nævis plenum, typis secundò mandatum iri; quum tamen, juvante Deo, ii vel emendari, vel explicationes prolixiores confici, vel dilucide ac perspicue magis explicari possent; eoq; id magis, quod scientiam mathematicam potius, quam librorum amplificandi numerum, qui hoc sæculo fere infinitus est, ardor in me flagrabat. Ingens igitur hæc librorum multitudo, fere ab hominibus ignaris & scientiarum imperitis (qui etiam insomnia sua non verentur typis mandare & in publicam lucem edere) cōscriptorum deterruit animum meum, quo minus ab eo Geometriam practicam methodo faciliori, ac magis perspicua, quam quidem Author fecit noster, conscribendi impetrarem alacritatem. Ne tamen omnino ingratus erga patriam & proximū viderer, suo tempore nostra Praxis mathematica in publicum prodibit; ut ansa mihi detur, probandi, numerum Mathematicorum tantum non esse, quantum quidem Honoratius de Meynier in jejunis suis Paradoxis, nuper editis, arbitrarur. In iis hic, quæ nec ipse vidit, nec audivit unquam, probare conatur; dum scientiam nihil proferre posse, quod non experientia per se sola possit, audacter affirmat. In omnibus enim scientiis & artibus experientiam ipsi scientiæ præponit. Quod tamen fieri non potest; nisi forte in generalibus axiomatis mathesios formandis; (quæ ipse in plurali Paradoxa nuncupat;) quæ sane nullius vigoris ac momenti sunt, & vix vel minimorum paradoxorum nomen merentur; & solummodo resuscitandæ deterrimæ Pyrrhoneorum sectæ inserviunt. Verum quoniam refutatio opinionis rabularum istorum non est hujus loci; permittam ipsis, ut adversus eos, quos immerito Mathematicos vocant, buccam evomant. Haud aliter enim de Mathesi judicant, quam si eam nunquam vidissent. Quæ omnia obiter noto, ut eos, qui titulum Paradoxorum istorum viderint, commonefaciam, ne tituli fucati promissis decipiantur. Dum enim Mathematicos innuit, non intelligit peritos & gnaros divinæ istius scientiæ, sed miseros & egenos ludimagistros, qui aliquando panis lucrandi gratia discipulos & tirunculos suos regulam auream vel elementa Euclidis 6 libris prioribus tradita, edocent. Quod ad alphabetum Geometriæ attinet, de eo multa κατ' ὕστερον πρότερον proponit. Dumq; sciolos Mathematicos alios vocat, divinæ arti vim facit; præsertim quoque, quum Mathematicos juventuti imponere impudenter affirmat; quum tamen vix ullam mentionem ejus in libro suo faciat, & ne umbratilem quidem scientiam mathesios habuisse videatur. Calumniatur religioni reformatæ addictos, & hæreticos eos esse exclamat; saltando laxis habenis à bove ad asinum, ut favorem Cardinalis alicujus, cui librum suum in forma mendicabuli dedicat, aucupetur. Tandem facto fine hujus monitionis, Opus hoc qualecumq; Lectori benevolo committo; rogoque, ut sincero vultu excipere dignetur.

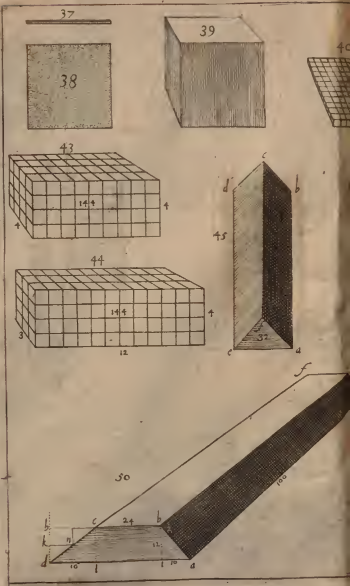
FINIS.

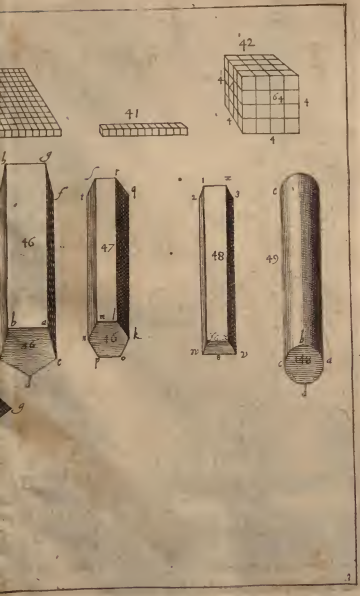

1
2
3
4
9
10
15
16

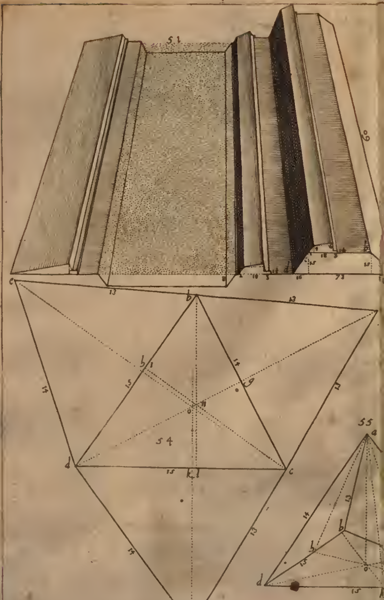

5
6
7
8
11
12
13
14
17
18
19

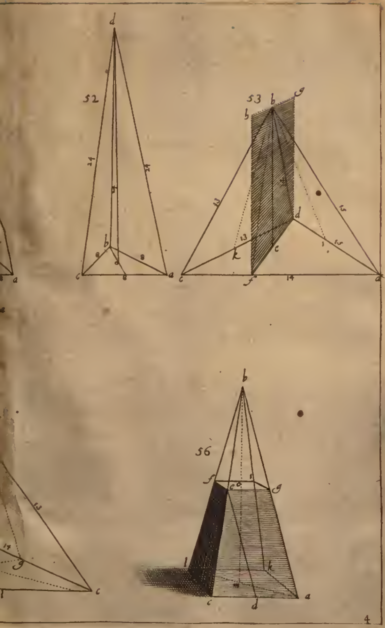

20
21
22
29
28
30
31

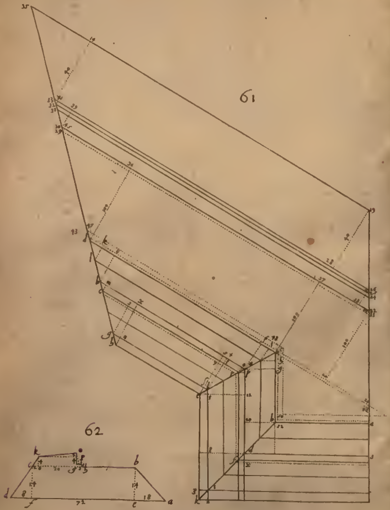

23
25
24
27
26
32
33
35
36
34
2


37
38
39
43
144
4
4
44
144
4
3
12
45
c
d
b
32
c
a
f
50
100
b
c
24
n
k
12
d
10
10
a


42
64
41
46
47
48
49

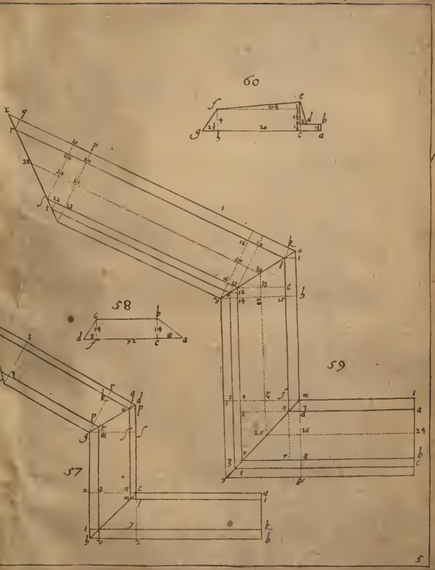


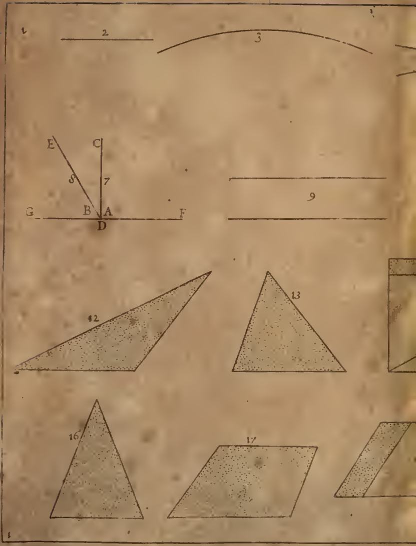

52
53
56
4



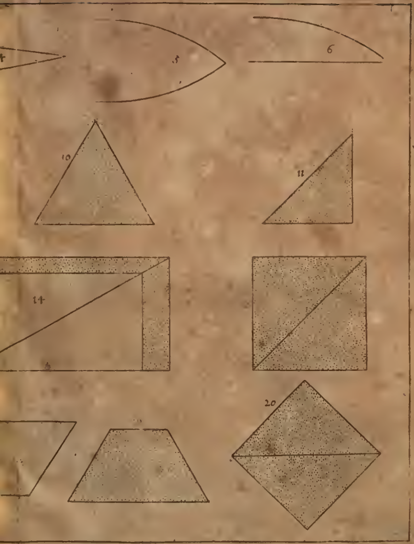
61

62


60
58
59
57
5



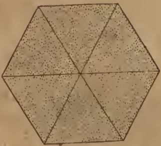
1
2
3
E
C
8
7
G
B
A
F
D
9
12
13
16
17


4
5
6
10
11
14
20

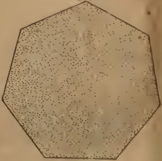
21

22

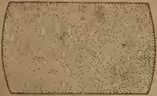
25



26

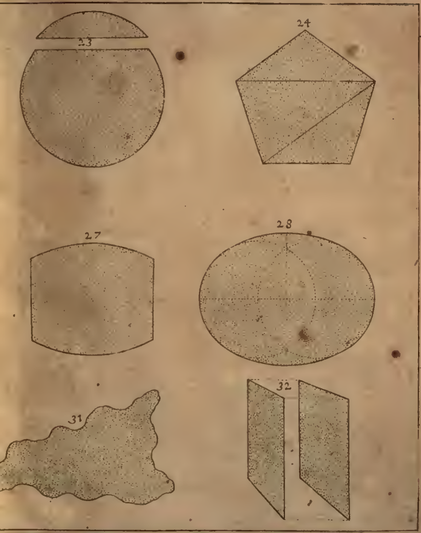


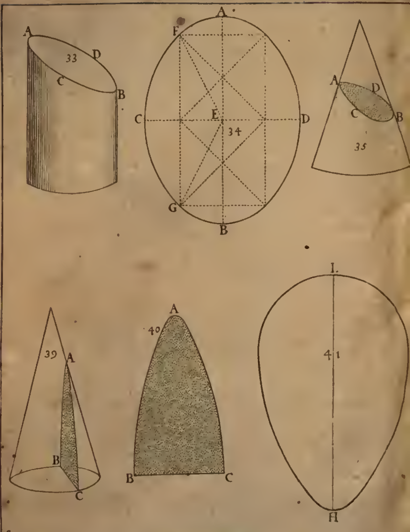
29



30

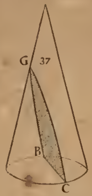
2

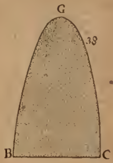

23
24
27
28
31
32

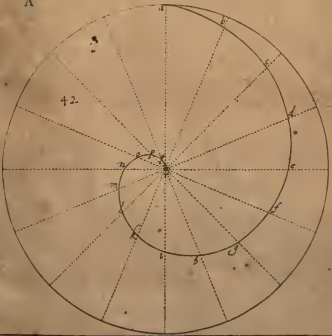


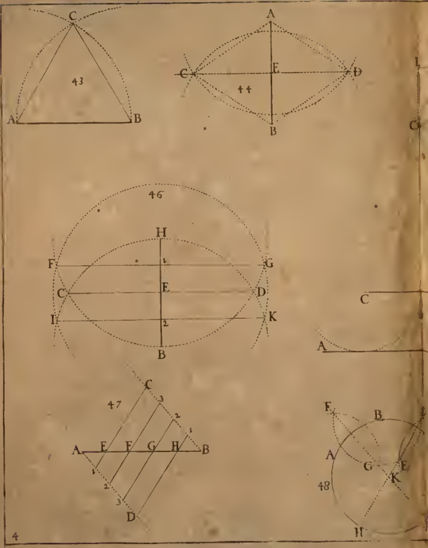
3

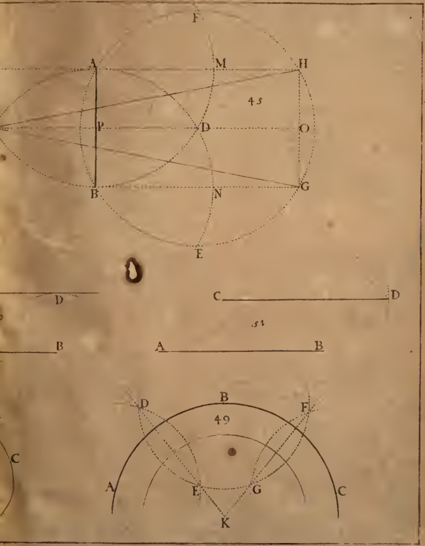

36
B
C
D
A


37
G
B
C

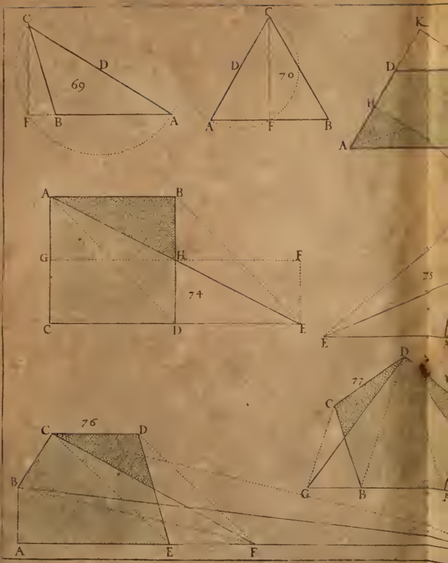

38
G
B
C

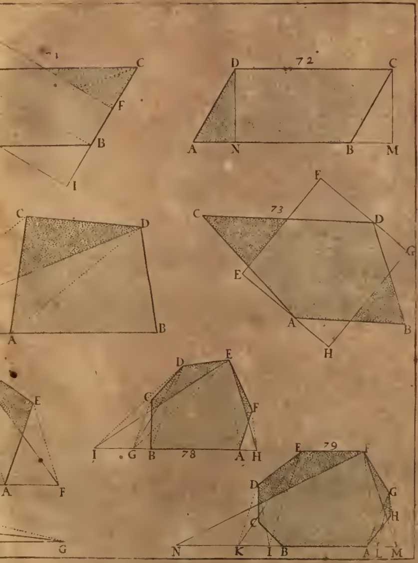

42
a
b
c
d
e
f
g
h
i
k
l
m
n

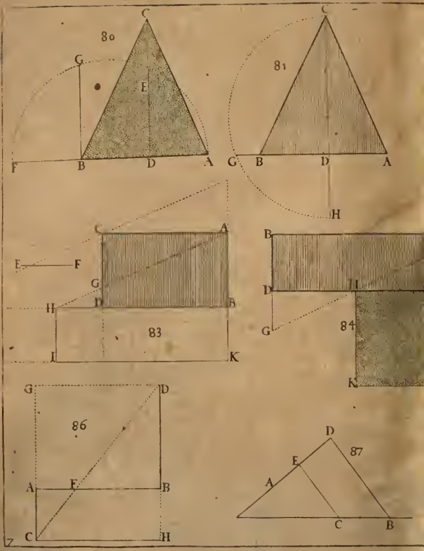

43
44
46
47
48
4

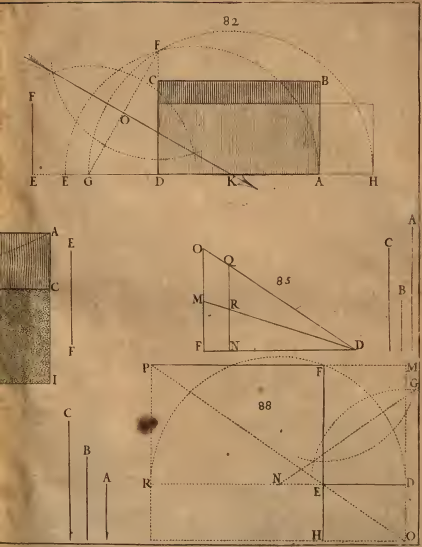


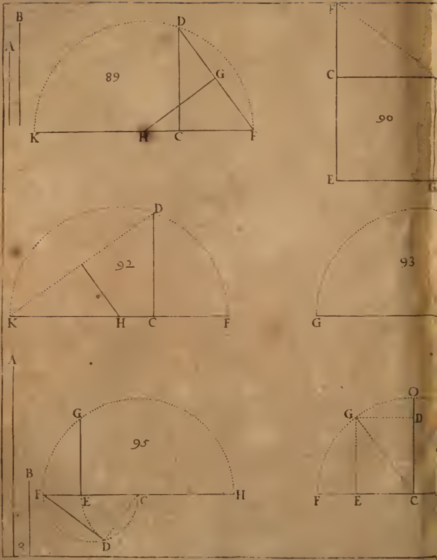
F
A
M
H
45
P
D
O
B
N
G
E
D
C
D
51
B
A
B
D
B
F
49
C
A
E
G
C
K

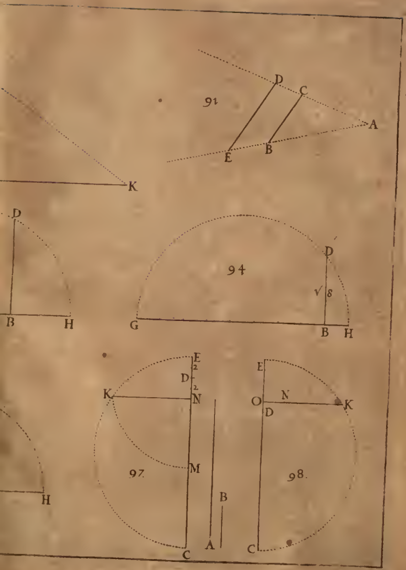

69
70
74
75
76
77

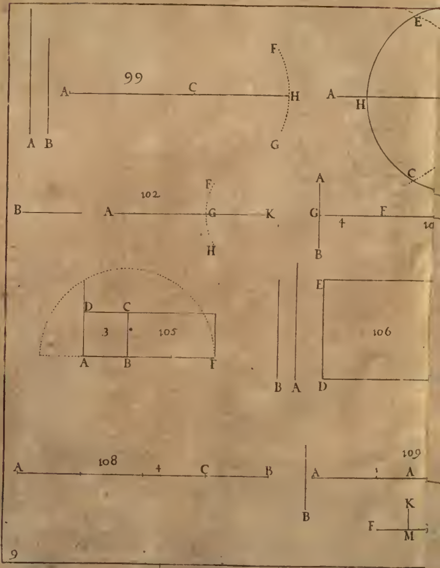

72
73
78
79

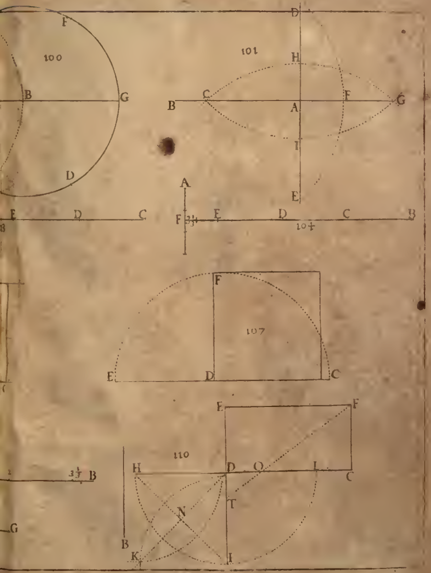

80
C
G
E
F
B
D
A
81
C
G
B
D
A
H
C
A
E
F
G
H
D
B
83
I
K
B
D
H
G
84
K
G
D
86
A
E
B
C
H
87
D
E
A
C
B

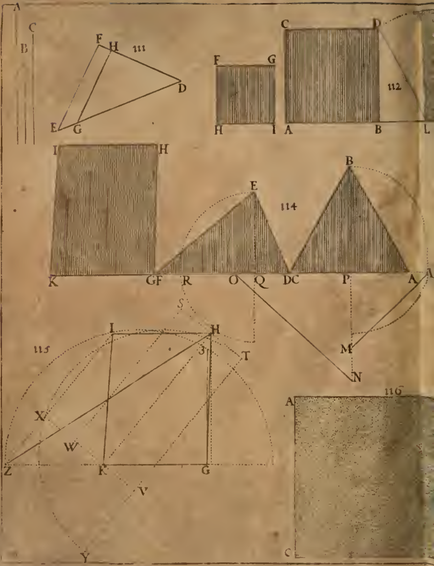

82
85
88


89
B
A
D
G
K
H
C
F
90
F
C
E
G
92
D
K
H
C
F
93
G
A
95
G
B
F
E
C
H
D
O
G
D
F
E
C

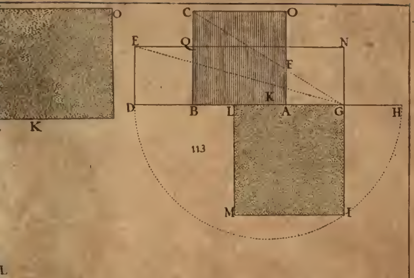

91
D
C
A
E
B
K
D
B
H
94
D
√8
G
B
H
E
D
N
K
M
97
B
A
C
E
O
N
D
K
98
C
H


99
102
105
106
108
109
9

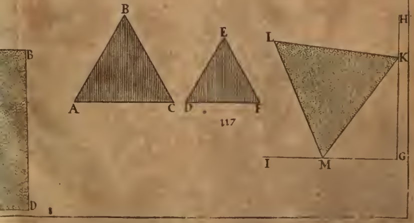

100
101
104
107
110



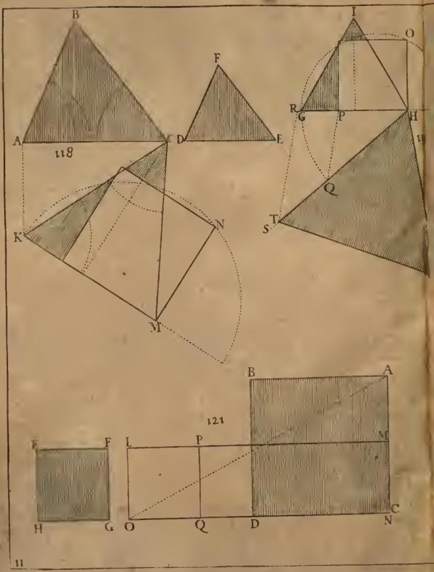
111
A
B
C
F
H
D
E
G
112
C
D
F
G
H
I
A
B
L
114
I
H
K
E
B
GF
R
O
Q
DC
P
A
S
M
N
115
I
H
3
T
X
W
Z
K
G
V
Y
116
A
C

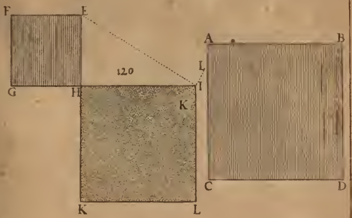


O
K
C
O
E
Q
N
F
K
D
B
L
A
G
H
113
M
I
L

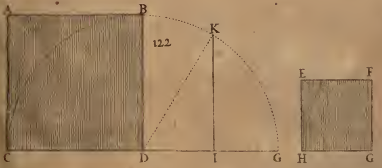


B
D
B
A
C
E
D
F
117
L
H
K
I
M
G

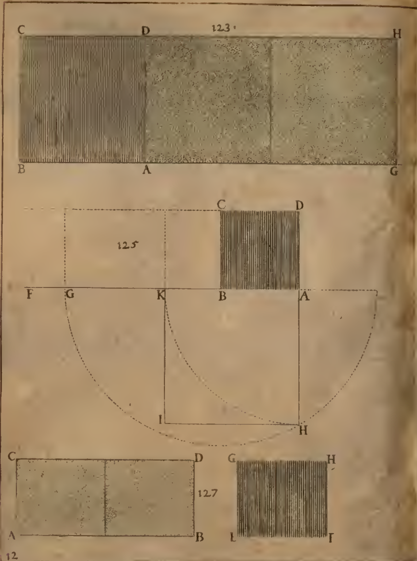

118
121
11



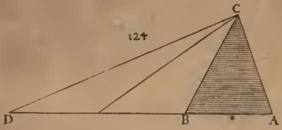
120



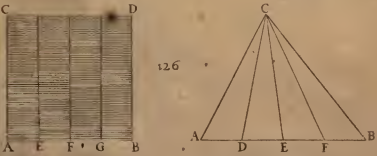
122



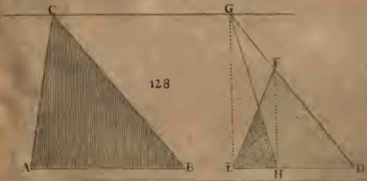
12



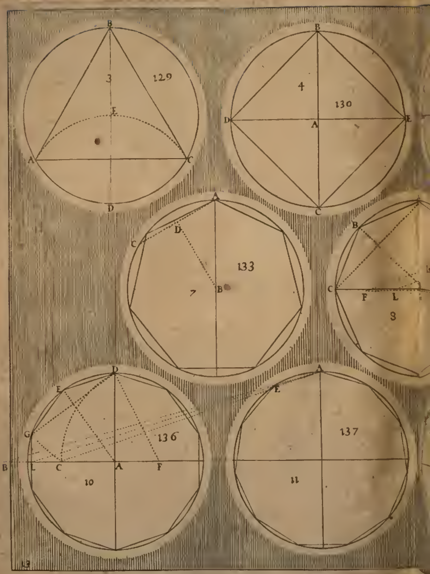
124

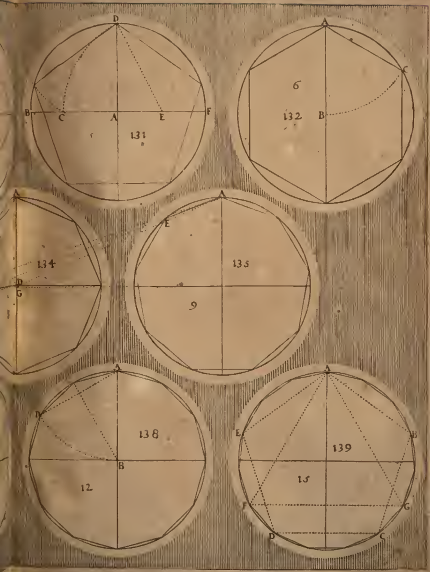


126

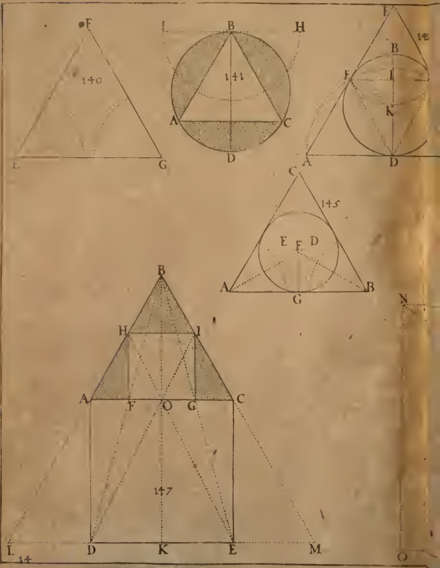


128

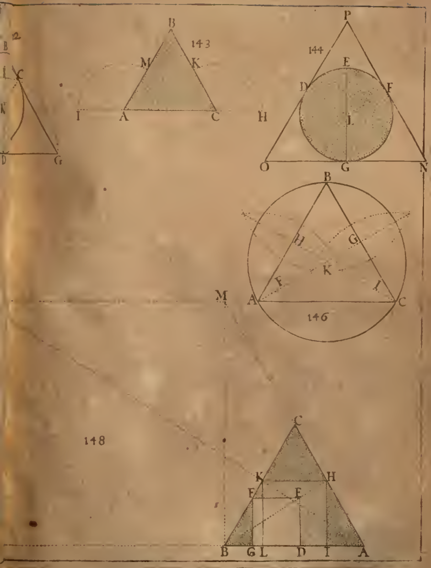

129
3
130
4
133
7
8
136
10
137
11



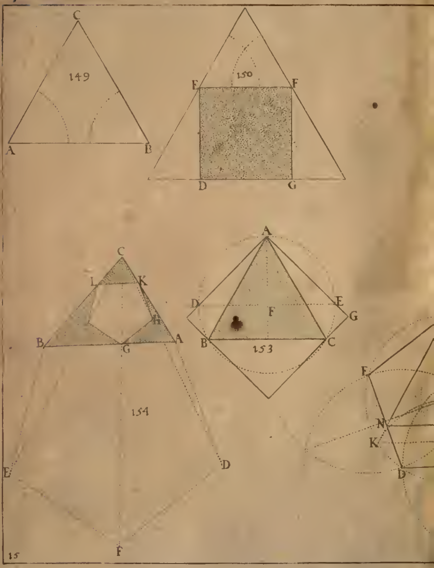
131
132
6
134
135
9
138
12
139
15

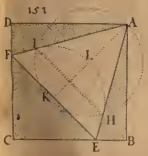


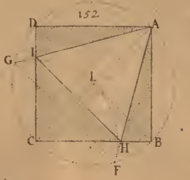
140
141
145
147
F
E
G
I
B
H
A
C
D
K
O
L
M
N
14



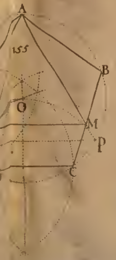
143
B
M
K
I
A
C
144
P
E
D
F
H
L
O
G
N
146
B
H
G
K
F
I
M
A
C
148
C
K
H
F
E
B
G
L
D
I
A

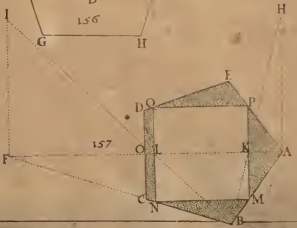

149
A
B
C
150
E
F
D
G
C
L
K
H
B
G
A
154
E
D
F
A
D
E
F
G
B
C
153
N
K
D
15

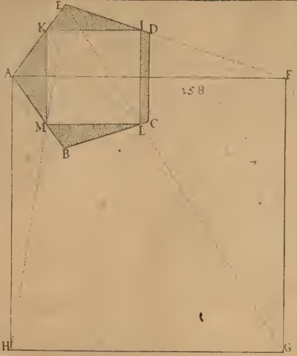

151
D
A
F
I
L
K
H
C
E
B

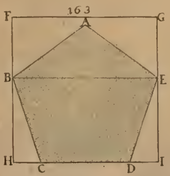

152
D
A
G
I
L
C
H
B
F

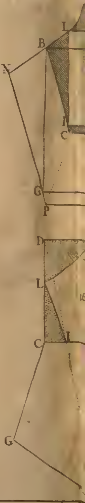

A
E
F
B
D
C
156
G
H


A
155
B
O
M
P
C

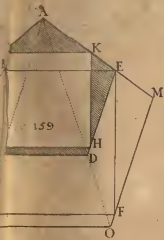

I
H
E
D
O
P
157
F
O
L
K
A
C
N
M
B



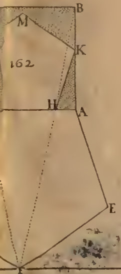


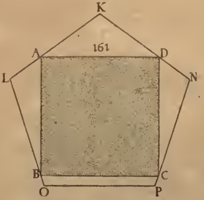


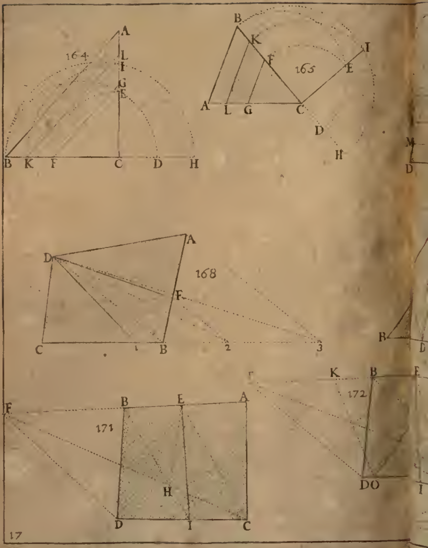
16.

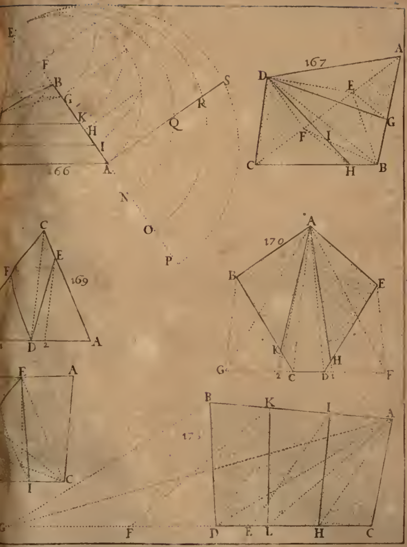

A
K
E
M
159
H
D
F
O


E
F
I
160
G
H

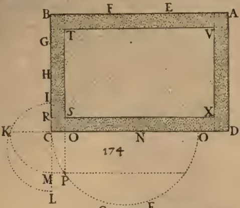

B
M
K
162
H
A
E
F


K
161
A
D
L
N
B
C
O
P

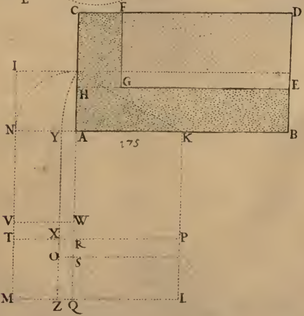

164
165
168
171
172
17



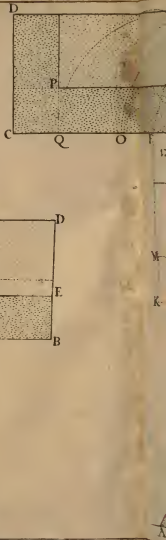
166
167
169
170


B F E A
G T V
H
I
R S X
K C O N O D
M P
L

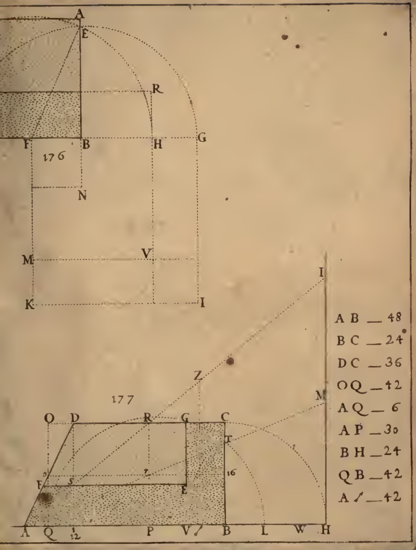
174


C F D
I
G E
H
N Y A K B
V W
T X R P
O S
M Z Q L

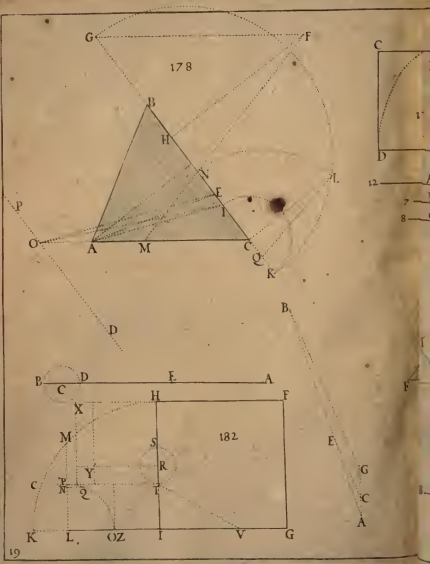
175

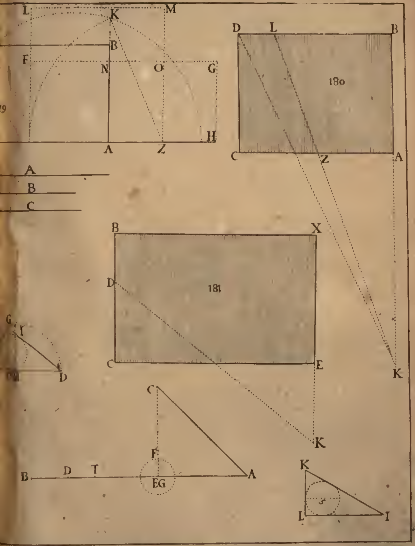

D
P
C Q O

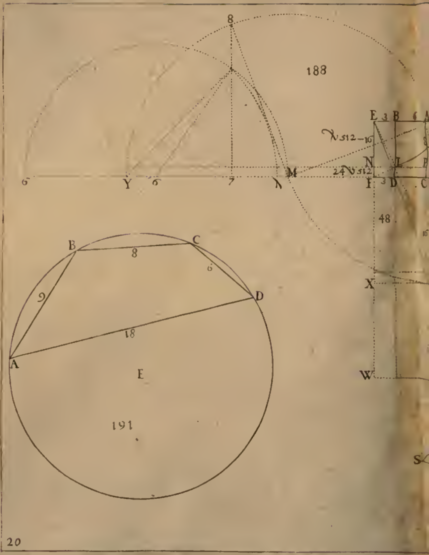
18



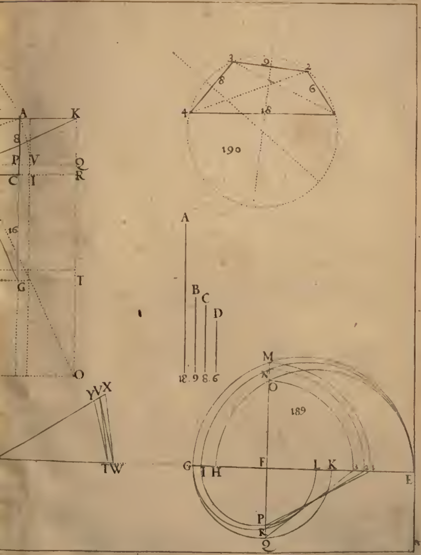
176
177
A B — 48
B C — 24
D C — 36
O Q — 42
A Q — 6
A P — 30
B H — 24
Q B — 42
A / — 42

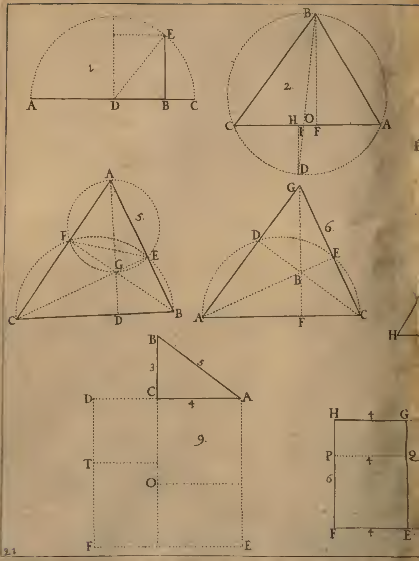

178
182
19

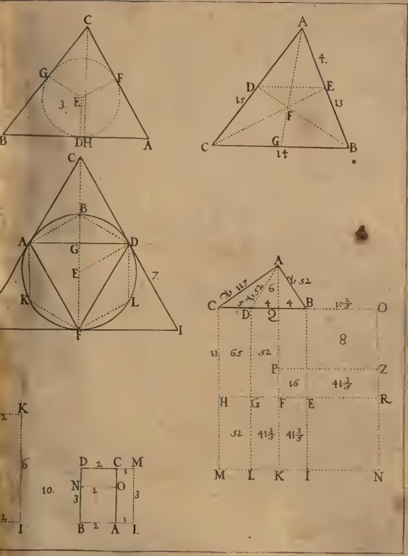

L K M
B
F N O G
H
A Z
A
B
C
D L B
180
C Z A
B X
D
181
C E
K
G I
D
C
F
B D T EG A
K
K
L I



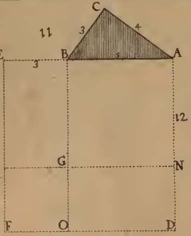
188
E 3 B 6
N
M
24 $\sqrt{512}$
$\sqrt{512-16}$
Y
7
F 3 D C
48
X
W
B
C
8
6
9
D
18
A
E
191
20

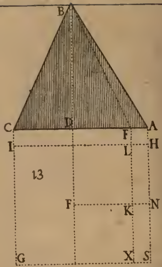

190
189

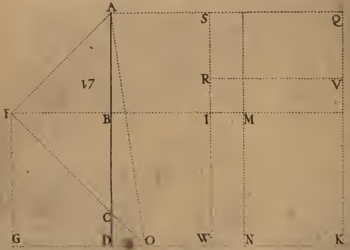

1
A D B C E
2.
B C H O I F A D
5.
A F E G C D B
6.
G D E B A F C
9.
B 3 5 C 4 A D T O F E
H 4 G P 4 2 6 F 4 E
21



C G F 3. E B DH A
A 4. D E 15 13 F C G B 14
C B A D G E 7. K L F I
A 52 6 C 4 4 B 10⅔ O D 8 13 65 52 P Z 16 41⅓ H G F E R 52 41⅓ 41⅓ M L K I N
K 6 I
D 2 C M 10. N O 3 3 B 2 A L

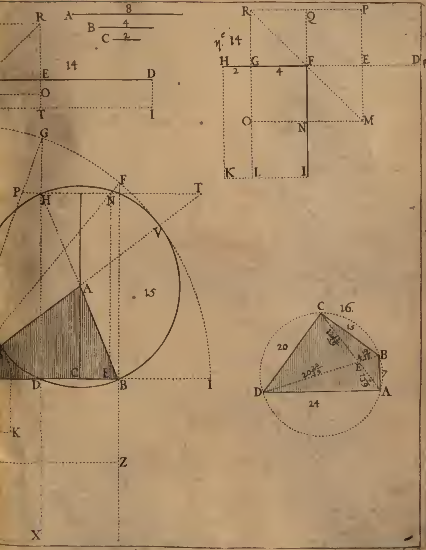

11
C
3
4
B
A
3
12
G
N
F
O
D


B
C
D
F
A
I
L
H
13
F
K
N
G
X
S

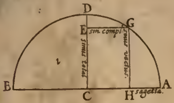

A
S
Q
17
R
V
F
B
I
M
C
G
D
O
W
N
K

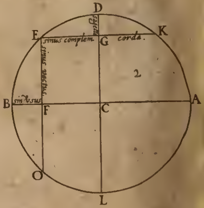

P K
H G F
M
N
L
Y
C
L
M

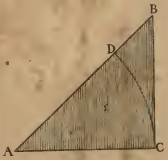
22

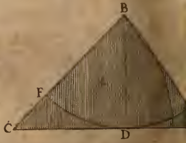


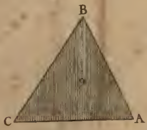
A 8
B 4
C 2
14
R Q P
H G F E D
2 4
O N M
K L I
R E D O T I G F P H N T V A 15 C E D B I K Z X
C 16
20
15
7
24
D E B A

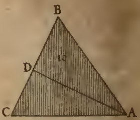

D
E
G
sin. compl.
sinus totus
sinus uersus
B
C
H
sagetta
A
1

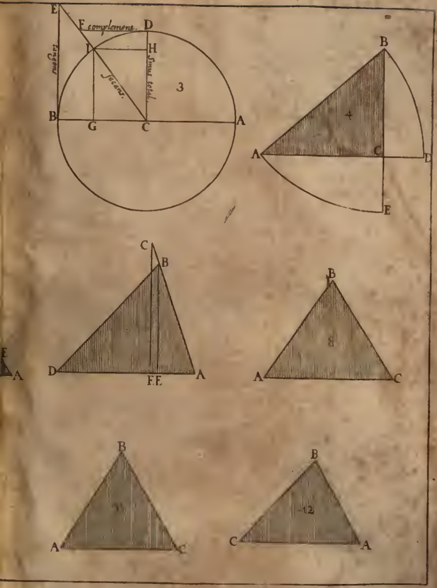

D
sagetta
E
K
sinus complem.
G
corda
sinus uersus
2
B
sin. uersus
F
C
A
O
L

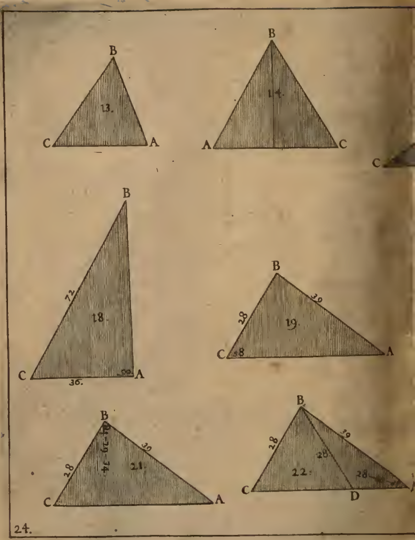

B
D
A
C


B
F
C
D

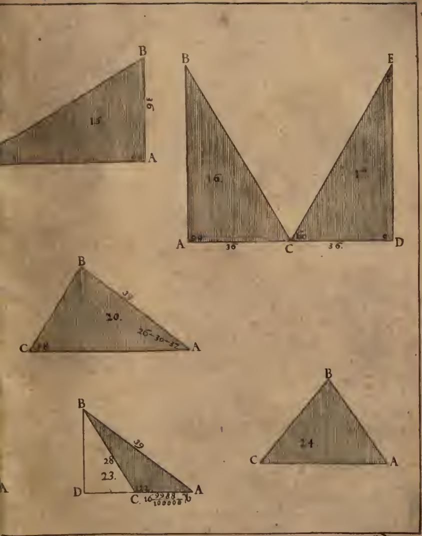

B
C
A

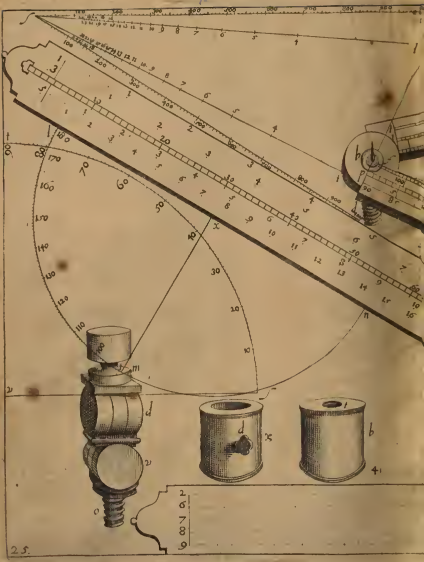

B
D
10
C
A

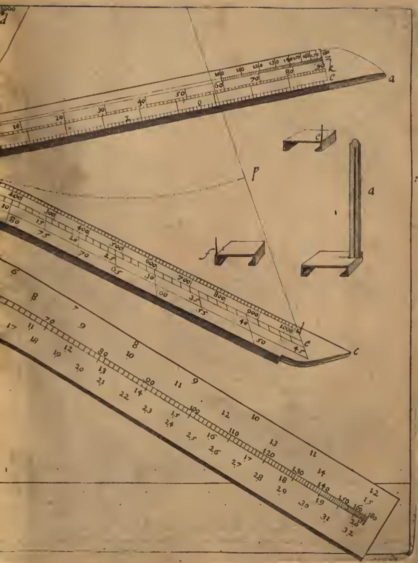

F complement.
Tangens
Sinus total.
Secans.
3
4
8
12

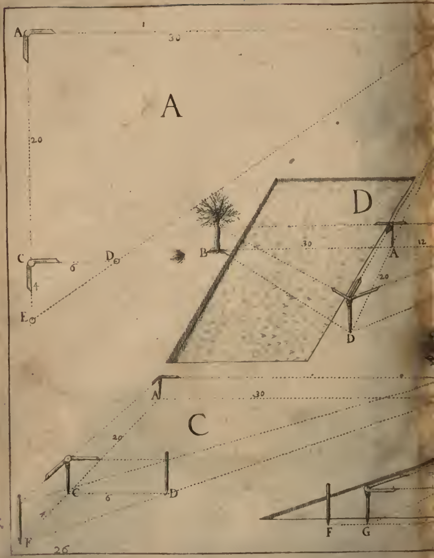


24.

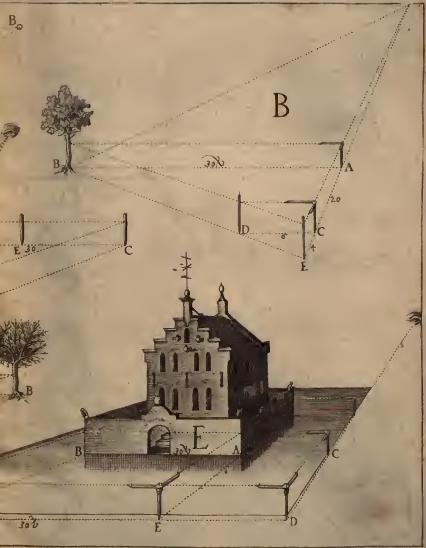

B
36
15
A
B
E
16.
17
A
30
C
36.
D
B
20.
C
A
B
39
28
23.
D
C.
A
B
24
C
A


25.

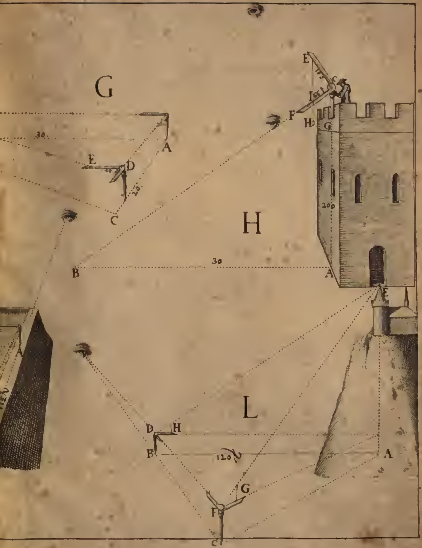




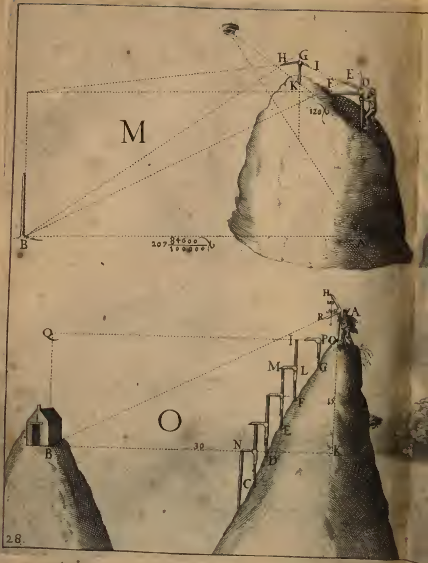
A
30
20
C
6
4
E
D
B
30
12
20
C
20
30
6
F
26
G


B
B
A
C
D
E
E
C
B
E
B
A
C
E
D

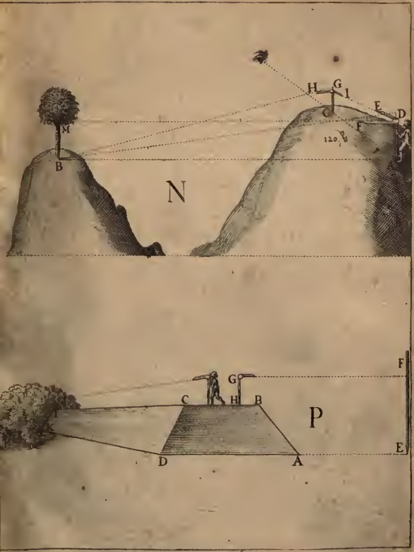
F
B
E
A
C
D
B
E
C
F
H
G
B
I
K
A
B
C
27.

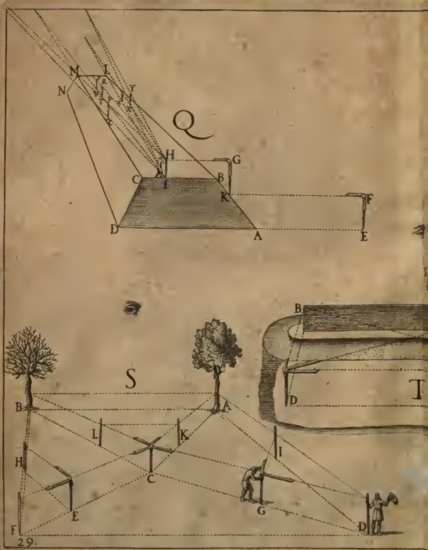


G
H
L

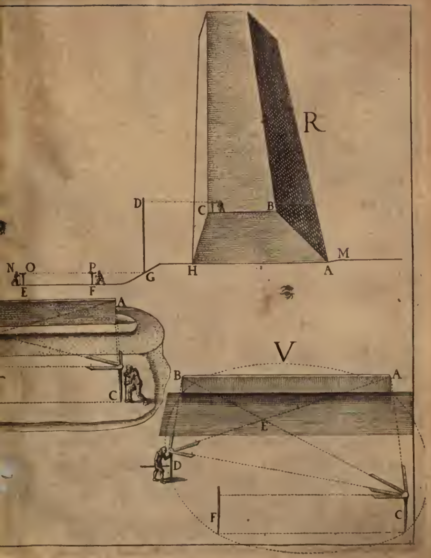


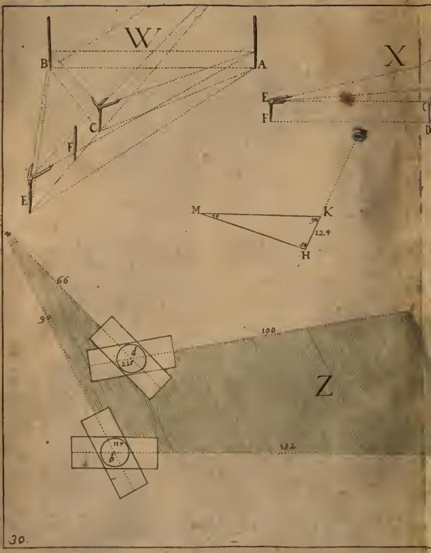
28.


H
G
I
E
D
C
F
M
B
120
N
G
C
H
B
F
I
K
P
D
A
E



Q
S
T


R
D
C
B
N O
P
E
F
G
H
A
M
V
B
A
E
C
D
F
C


W
B
A
C
F
E
X
E
F
C
D
M
K
H
124
66
90
100
Z
132
30.

10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
B
A
C
D
B
Y
A
C
Z
C
D
B
E
A

Termes cognus

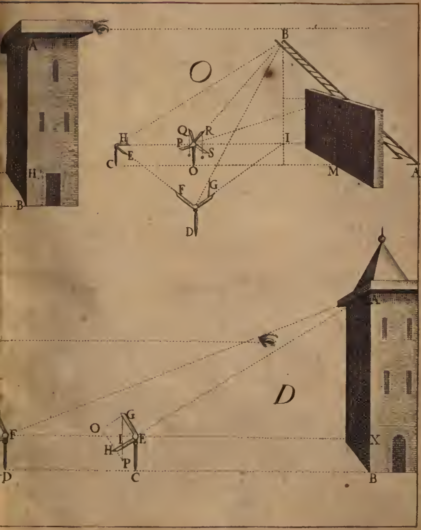
C 90. } degrés BC. 25 $\frac{98175}{100000}$

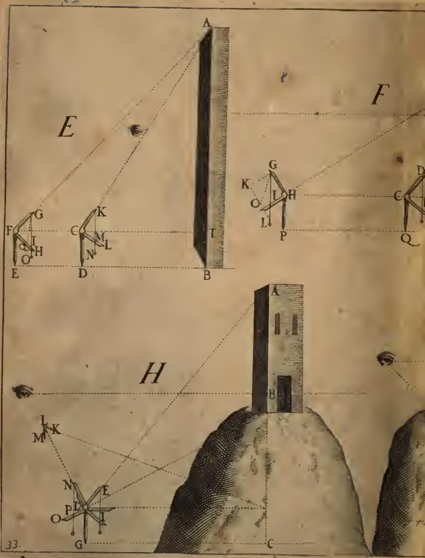
D 60. }

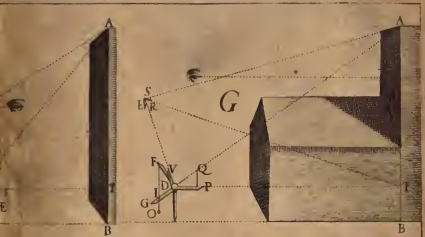
31. C,D — 15 verges.

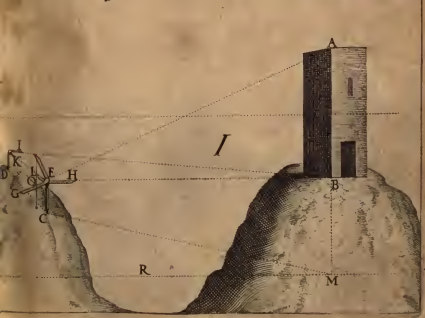
zq. fg. e.d. Ver n.m.
25 —— 100 —— 15 —— 60.

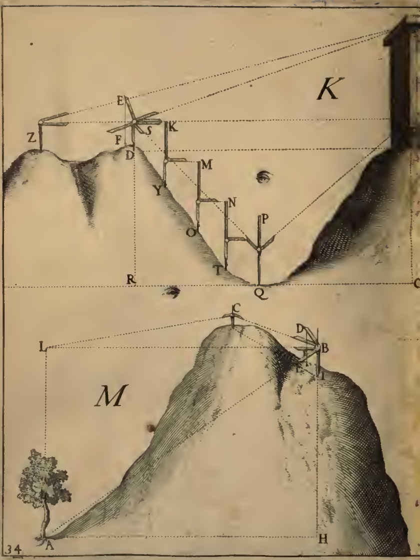

A
B
C
32.


O
A
B
H
Q
R
P
S
I
C
E
M
F
G
D
A
D
O
G
I
E
H
P
F
X
C
B

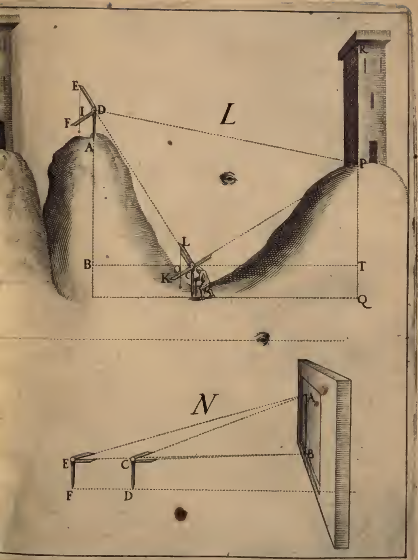

E
F
H
A
B
T
G
K
F
C
I
M
L
H
O
N
E
D
P
Q
33.


G
A
B
S
R
F
V
D
Q
P
I
G
O

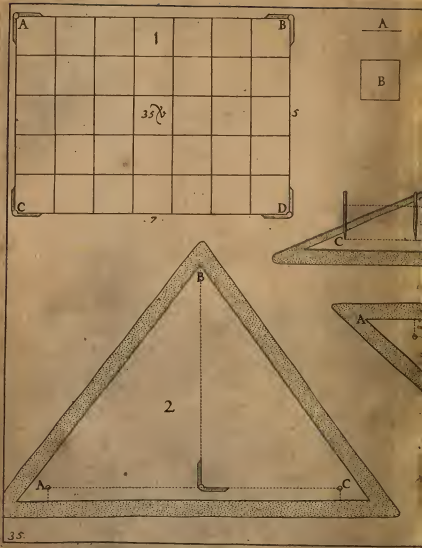

I
A
B
K
L
O
E
H
G
C
R
M

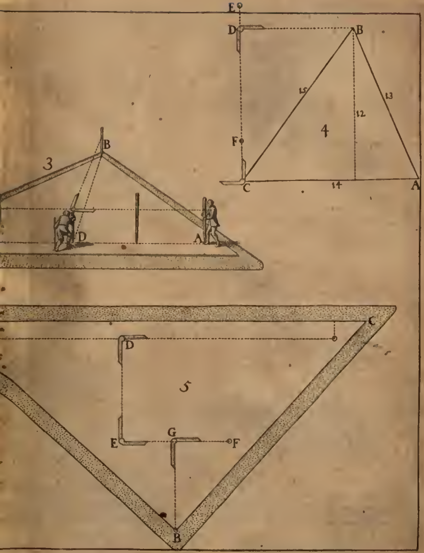


34

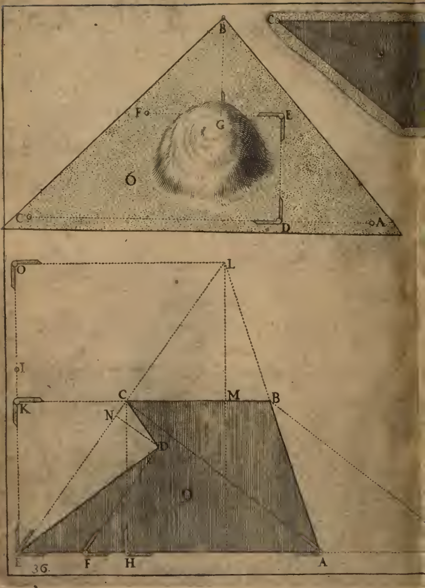


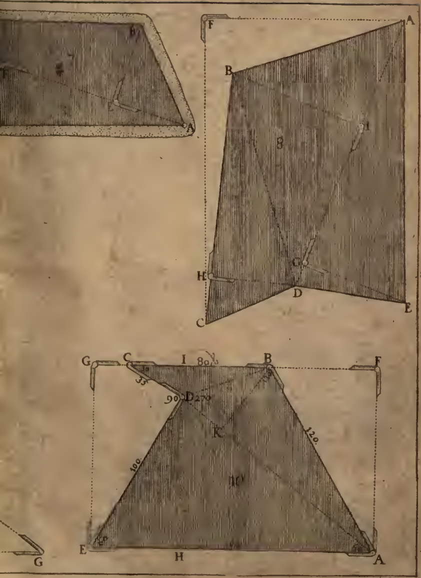
L
E
I
D
F
A
R
P
B
T
Q
K
N
A
B
E
C
F
D


A
B
1
5
C
D
7
2
A
B
C
35.

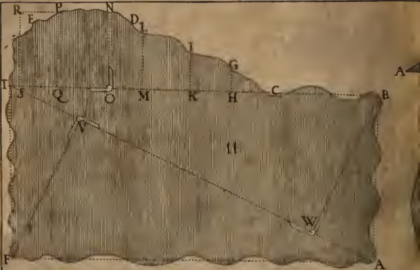


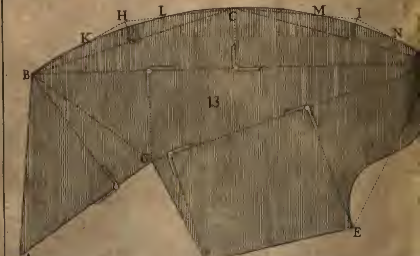
E
D
B
15
13
12
4
F
C
14
A
B
3
D
A
C
D
5
G
E
F
B

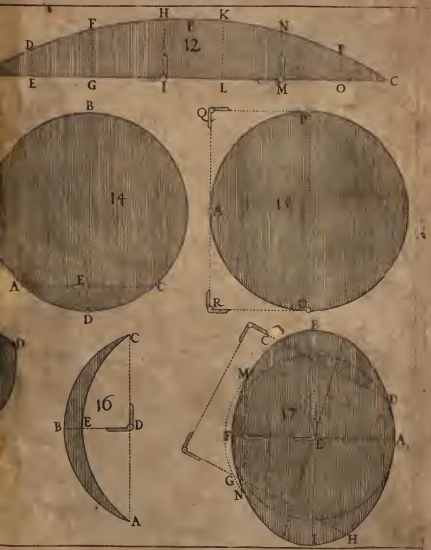

B
F
G
E
6
C
D
A
O
L
I
K
C
M
B
N
D
E
36.
F
H
A



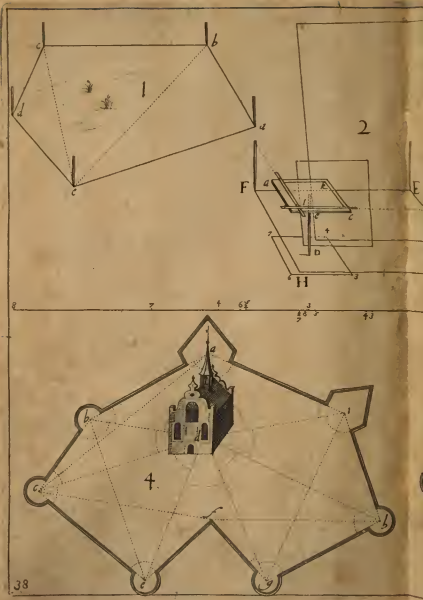
A
F
B
H
C
D
E
G
I
K
B
F
C
G
D
E
H
A
G
90
120
100

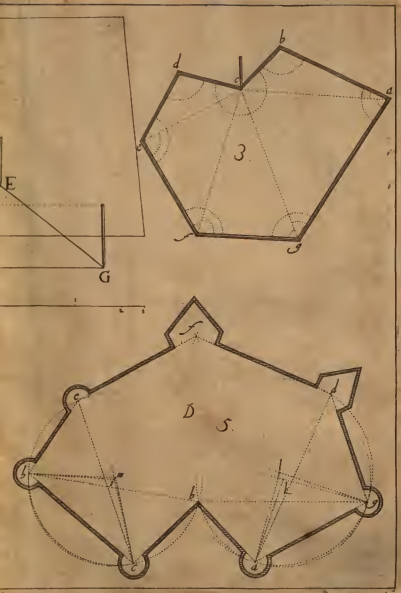

R
P
N
E
D
L
I
G
A
T
S
Q
O
M
K
H
C
B
V
11
W
F
A

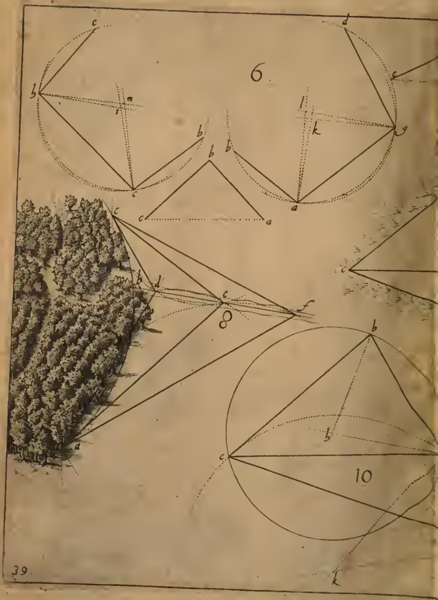

H
L
C
M
I
K
N
B
13
G
E
A

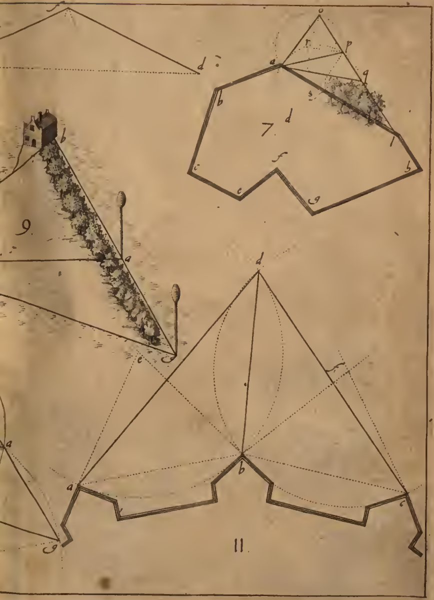


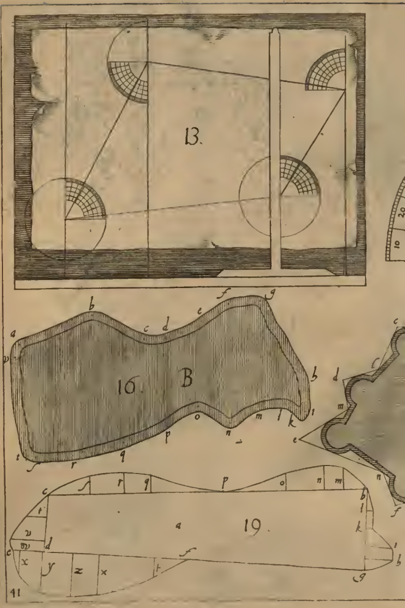
12
D F H K N P
E G I L M O C
14
B A E C D
15
Q R
16
C B E D A
17
B C M D F E A G N H


1
2
4.
38


E
G
3.
5.
D

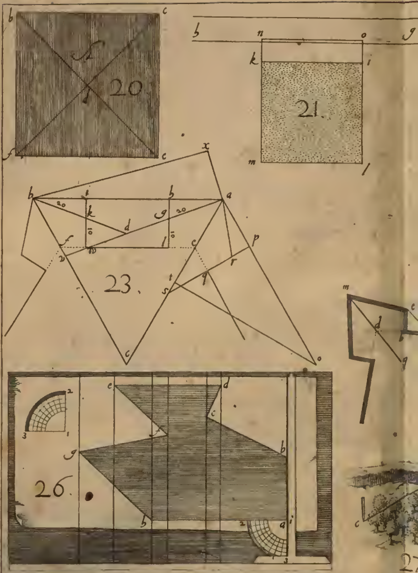

6.
8
10
39.

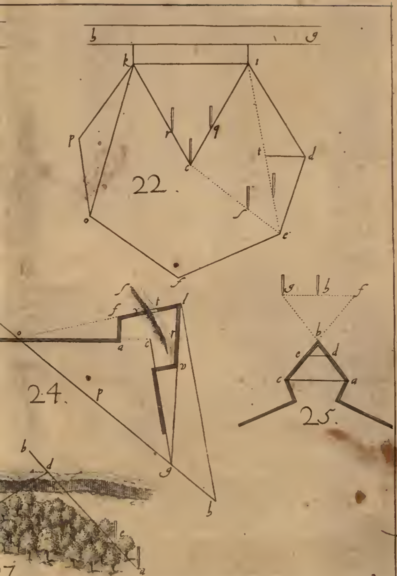

7
9
11


13.
16.
B
19.
41

3

14
k
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
210
220
230
240
250
260
270
280
290
300
310
320
330
340
350
360
15
b
d
e
f
g
17
a
b
c
f
g
h
i
k
o
p
q
18
a
b
c
d
e
$26\frac{1}{4}$
$26\frac{1}{4}$


20.
21.
23.
26.



22.
24.
25.
27